

5. Osnove životnog osiguranja

1. Osoba stara 30 godina osigurava život na iznos od 50 000 plativ u trenutku smrti. Ako je funkcija doživljenja

$$\bar{F}(x) = 1 - \frac{x}{100}, \quad 0 \leq x \leq 100,$$

a intenzitet kamate $\delta = 0.01$, nađite vrijednost premije koju osiguranik mora platiti ako je plaća sada i odjednom.

2. Osoba dobi x osigurava život, a plaća premiju odjednom i sada. Nađite iznos premije, ako je osigurani iznos 10 000 prvih 20 godina, a 20 000 nakon toga. Osoba također dobije i povrat premije (bez kamata) u slučaju smrti u prvih 20 godina. Ako pretpostavimo da se osigurani iznos isplaćuje na kraju godine smrti, nađite odgovarajuću premiju izraženu preko funkcija M i D .

DZad Izračunajte varijance premija za jednostavne tipove osiguranja:

- (a) osiguranje života,
 (b) osiguranje doživljenja.

(Rješenje: (a) $\text{Var}Z = A_{x,v^2} - A_{x,v}^2$, (b) $\text{Var}Z = v^{2n} {}_n p_x {}_n q_x$)

3. Duljina života T ima funkciju gustoće

$$g(t) = \begin{cases} \frac{t}{5000}, & 0 \leq t \leq 100 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

Osiguranje se isplaćuje u trenutku smrti. Intenzitet kamate je konstantan i iznosi $\delta = 0.1$. Nađite premiju za osobu dobi x godina kojoj se izdaje osiguranje u iznosu 50.

4. Osoba dobi x godina pristupa životnom osiguranju koje
- (i) isplaćuje 10 000 nakon 20 godina, ako je osoba živa;
 (ii) vraća premiju P na kraju godine smrti, ako osoba umre u prvih 20 godina.

Izrazite premiju P preko D i M te nađite iznos premije iz LAT A 1967-70 za $x = 30$ i $i = 0.04$.

5. Osoba stara 30 godina ugovara osiguranje života. Ako je osigurani iznos 10 000, nađite premiju koju osoba mora platiti sada koristeći LAT A 1967-70 i $i = 0.04$.
6. Nađite izraz za $A_x^{(m)}$ uz pretpostavku (\star) .
7. Nađite izraz za $\ddot{a}^{(m)}$ uz pretpostavku (\star) .

DZad Koristeći pretpostavku (\star), dokažite formulu

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} = \frac{1 - A_{x:\overline{n}|}^{(m)}}{d^{(m)}}.$$

8. Izračunajte $\ddot{a}_{40}^{(2)}$ i $\ddot{a}_{40:\overline{30}|}^{(2)}$ uz efektivnu kamatnu stopu od 4 %.

9. Dokažite jednkost:

$${}_n p_x d \ddot{a}_{\overline{n}|} + \sum_{k=0}^{n-1} (1 - v^{k+1}) {}_k p_x q_{x+k} = 1 - A_{x:\overline{n}|}.$$

10. Osoba stara 65 godina sklapa posebno životno osiguranje rastuće doživotne rente. Renta će se isplaćivati postnumerando godišnje. Iznos prve uplate je 1 000 i svake godine se povećava za 9.62 % iznosa prethodne godine. Odredite neto cijenu ove rente ako su na snazi stope mortaliteta iz LAT A 1967-70 uz efektivnu kamatnu stopu od 14 %.

11. Osoba dobi 35 godina sklapa mješovito osiguranje sa svotom 2 000 u slučaju smrti i svotom 4 000 u slučaju doživljenja od 20 godina. Odredite godišnju neto premiju koristeći LAT A 1967-70 ultimate.

12. Doživotno osiguranje izdano u dobi x daje naknadu od 10 000. Premije se uplaćuju prenumerando kroz 20 godina. Naknada se plaća na kraju godine smrti. Tijekom perioda u kojem se premija plaća, osiguranik uz naknadu u slučaju smrti dobije i 50 % zadnje uplaćene premije. Pokažite da je tada godišnja neto premija dana izrazom

$$\frac{10000A_x}{(1 + \frac{d}{2})\ddot{a}_{x:\overline{20}|} - \frac{1}{2}(1 - v^{20}) {}_{20}p_x}.$$

13. Osoba stara 40 godina ugovara posebnu odgođenu prenumerando rentu godišnjeg iznosa 1 000 kada navršši 60 godina. Ako osoba umre nakon navršenih 60 godina, ali prije nego joj je uplaćeno ukupno 15 000, razlika se plaća na kraju godine smrti. Izračunajte godišnju neto premiju koristeći LAT A 1067-70 select.

14. Ako je $i = 0.1$, $a_{30:\overline{9}|} = 5.6$ i $v^{10} {}_{10}p_{30} = 0.35$, izračunajte $1000P_{\overline{30}:\overline{10}|}^1$.

15. Neka je L ubitak vezan uz osiguranje života na 2 godine u iznosu 1 plativom na kraju godine smrti. Neto godišnja premije se plaća unaprijed, ali je nepoznata. Ako je $q_x = 0.1$, $q_{x+1} = 0.2$ i $v = 0.9$, nađite $\text{Var}L$.

16. Osoba dobi x osigurava doživotnu godišnju rentu u iznosu R plativu unaprijed, ali odgođenu n godina. Premija se plaća godišnje tijekom m godina, $m < n$. Odredite ${}_tV_x$ za $t = 0, 1, \dots, n$.

17. Ako je ${}_{10}V_{25} = 0.1$ i ${}_{10}V_{35} = 0.2$, odredite ${}_{20}V_{25}$.
18. Pretpostavimo da osoba starosti 35 godina kupuje životnu rentu u iznosu 1 godišnje uz odgodu od 20 godina. Neka je $i = 0.04$ i neka se neto premija plaća godišnje kroz 20 godina. Koristeći LAT A 1967-70 ultimate, nađite neto premijsku rezervu na kraju 10. godine.
19. Osoba ima 30 godina i ugovara mješovito osiguranje uz $n = 25$. Osigurani iznos je 5 000 za smrt i 10 000 za doživljenje. Ako je premija neto godišnja, nađite neto premijsku rezervu nakon 10. godine koristeći LAT A 1967-70 ultimate.