TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni ispit – 17. veljače 2020.

Zadatak 1. (15 bodova) Opišite gustoću dvodimenzionalne normalne razdiobe i dokažite da se radi o vjerojatnosnoj funkciji gustoće.

Rješenje. Pogledati predavanja.

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni ispit – 17. veljače 2020.

Zadatak 2. (15 bodova) Opišite što se sve može dogoditi sa sumom reda nezavisnih slučajnih varijabli. Posebno opišite slučaj jednako distribuiranih nezavisnih slučajnih varijabli. Obrazložite svoje odgovore.

Rješenje. Pogledati predavanja.

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni ispit – 17. veljače 2020.

Zadatak 3. (6 bodova) Neka je $X \in L^1(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Dokažite sljedeću tvrdnju:

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall A \in \mathcal{F}) \quad \mathbb{P}(A) < \delta \implies \int_A |Y| d\mathbb{P} < \varepsilon.$$

Sve svoje tvrdnje precizno dokažite.

Rješenje. Uputa: Pretpostavite suprotno i iskoristite LTDK.

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni ispit – 17. veljače 2020.

Zadatak 4. (4 boda) Neka su $(X_n)_n$, $(Y_n)_n$ i $(Z_n)_n$ nizovi slučajnih varijabli koji konvergiraju po vjerojatnosti prema X, Y i Z (resprektivno). Dokažite da tada

$$e^{X_n Y_n + \sin(Z_n)} \xrightarrow{\mathbb{P}} e^{XY + \sin(Z)}.$$

Rješenje. Uputa: više puta treba iskoristiti činjenicu da niz konvergira po vjerojatnosti ako i samo ako za svaki podniz niza postoji podniz tog podniza koji konvergira gotovo sigurno.