JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij – 25. studenog 2019.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Na kolokviju je dozvoljen isključivo pribor za pisanje

Zadatak 1. *(8 bodova)*

(a) Definirajte familiju $\mathcal{F}^T$ svih Borelovih cilindara u $\mathbb{R}^T$ i pokažite da je to algebra skupova na $\mathbb{R}^T$.

(b) Definirajte uvjete suglasnosti Kolmogorova.

(c) Precizno iskažite Kolmogorovljev teorem proširenja.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij – 25. studenog 2019.

Zadatak 2. *(8 bodova)* Kakav je odnos konvergencije po vjerojatnosti i konvergencije po distribuciji? Postoje li slučajevi u kojima su te konvergencije ekvivalentne? Dokažite svoje odgovore.

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij – 25. studenog 2019.

Zadatak 3. *(6 bodova)* Neka je $\{X_t : t \in [a,b]\}$ familija slučajnih varijabli na vjerojatnostnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

(a) Pretpostavimo da postoji $M \in \langle 0, \infty \rangle$ takav da $|X_t| \leq M$, $\forall t \in [a,b]$. Je li funkcija $\Omega \ni \omega \mapsto \sup_{t\in[a,b]} X_t(\omega)$ nužno slučajna varijabla?

(b) Pretpostavimo da je za svaki $\omega \in \Omega$ funkcija $[a,b] \ni t \mapsto X_t(\omega)$ neprekidna. Je li funkcija $\Omega \ni \omega \mapsto \sup_{t\in[a,b]} X_t(\omega)$ nužno slučajna varijabla?

JMBAG | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij – 25. studenog 2019.

Zadatak 4. *(8 bodova)*

(a) Neka je $(F_n)_{n\in\mathbb{N}}$ niz vjerojatnostnih funkcija distribucija na $\mathbb{R}$. Za koje nizove $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \langle 0,\infty\rangle$ je funkcija $F = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n F_n$ ponovno vjerojatnosna funkcija distribucije?

(b) Neka je X apsolutno neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće f_X. Ima li X^2 također gustoću? Dokažite tvrdnju ili nađite protuprimjer.