

**TEORIJA VJEROJATNOSTI 1**

Završna provjera - 19. veljače 2018.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 40
- Na završnoj provjeri je dozvoljen isključivo pribor za pisanje

**Zadatak 1.**

Neka je  $X$  slučajna varijabla s (topološki) neprekidnom funkcijom distribucije  $F_X$ . Odredite

$$\int_{\mathbb{R}} \cos(F_X(x)) dF_X(x).$$

[5 bodova]

**TEORIJA VJEROJATNOSTI 1**

Završna provjera - 19. veljače 2018.

**Zadatak 2.**

Dan je vjerojatnosni prostor  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , gdje je  $\Omega = [0, \infty)$ ,  $\mathcal{F} = \mathcal{B}([0, \infty))$  i vjerojatnost  $\mathbb{P}$  takva da za  $B \in \mathcal{B}([0, \infty))$  vrijedi  $\mathbb{P}(B) = \int_B e^{-x} d\lambda(x)$ . Na tom vjerojatnosnom prostoru dan je niz slučajnih varijabli  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , gdje je  $X_n = e^{n\alpha} 1_{[n, \infty)}$ . Pokažite da za  $\alpha < 1$  postoji slučajna varijabla  $X$  takva da  $X_n \xrightarrow{L^1} X$ .

[5 bodova]

## TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završna provjera - 19. veljače 2018.

### Zadatak 3.

Dokažite da niz slučajnih varijabli konvergira po vjerojatnosti ako i samo ako je Cauchyjev po vjerojatnosti.

[10 bodova]

## TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završna provjera - 19. veljače 2018.

### Zadatak 4.

Iskažite i dokažite obje Kolmogorovljeve nejednakosti (gornju i donju ocjenu za odstupanja suma od njihovih sredina).

[20 bodova]