

**TEORIJA VJEROJATNOSTI 1**

2. kolokvij - 5. veljače 2018.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Na kolokviju je dozvoljen isključivo pribor za pisanje

**Zadatak 1.**Pokažite da za svaki  $\lambda > 0$  vrijedi

$$\int_0^{\infty} \ln(x+1) \lambda e^{-\lambda x} dx \geq \frac{1}{e} \ln\left(\frac{\lambda+1}{\lambda}\right)$$

[7 bodova]

**Zadatak 2.**

Dan je vjerojatnosni prostor  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , gdje je  $\Omega = \mathbb{N}$ ,  $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\mathbb{N})$  i  $\mathbb{P}(\{n\}) = \frac{1}{2^n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Neka su  $X, X_k, k \in \mathbb{N}$  slučajne varijable na vjerojatnosnom prostoru  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  takve da  $X_k \xrightarrow{\mathbb{P}} X$ . Mora li vrijediti

(a)  $X_k \xrightarrow{g.s.} X$ ?

(b)  $X_k \xrightarrow{L^1} X$ ?

Obrazložite sve svoje tvrdnje.

[7 bodova]

## TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 5. veljače 2018.

### Zadatak 3.

Iskažite i dokažite tvrdnju o varijanci sume nezavisnih slučajnih varijabli.

[8 bodova]

**Zadatak 4.**

Iskažite i dokažite Hinčinov slabi zakon velikih brojeva.

[8 bodova]