MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 27. studeni 2017.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Na kolokviju je dozvoljen isključivo pribor za pisanje

Zadatak 1.

(a) Neka je $(X, \mathcal{U})$ topološki prostor i $\mathcal{C}$ prebrojiva baza topologije $\mathcal{U}$. Pokažite da je tada $\mathcal{B}(X) \subseteq \sigma(\mathcal{C})$.

(b) Pokažite da je $\mathcal{D} = \{\{x\} : x \in \mathbb{R}\}$ baza topološkog prostora $(\mathbb{R}, \mathcal{P}(\mathbb{R}))$. Vrijedi li u tom topološkom prostoru $\mathcal{B}(\mathbb{R}) \subseteq \sigma(\mathcal{D})$?

Obrazložite sve svoje tvrdnje.

[5 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 27. studeni 2017.

Zadatak 2. Neka je X slučajna varijabla na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ i F_X njezina funkcija distribucije.

(a) Odredite $a \in \mathbb{R}$ i $A \subseteq \mathbb{R}$ takve da je $G = a \cdot \sin\left(F_X^2\right) 1_A$ vjerojatnosna funkcija distribucije.

(b) Ako je $\mathbb{P}(X \leq 0) > 0$ odredite $b \in \mathbb{R}$ i $B \subseteq \mathbb{R}$ takve da je $H = b \cdot \sin\left(F_X \circ F_X\right) 1_B$ vjerojatnosna funkcija distribucije.

(c) Ako je F_X topološki neprekidna odredite $c \in \mathbb{R}$ i $C \subseteq \mathbb{R}$ takve da je $K = c \cdot \sin\left(F_{F_X(X)}\right) 1_C$ vjerojatnosna funkcija distribucije.

Dokažite da su dobivene funkcije zaista vjerojatnosne funkcije distribucije.

[9 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 27. studeni 2017.

Zadatak 3. Koja je gustoća višedimenzionalne normalne distribucije? Dokažite da je to nenegativna funkcija čiji integral je jednak jedan.

[8 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 27. studeni 2017.

Zadatak 4. Iskažite i dokažite tvrdnju koja povezuje Cauchyjevost niza po vjerojatnosti i konvergenciju (g.s.).

[8 bodova]