

**Treća školska zadaća**  
**Teorija skupova**  
**siječanj 2014.**

[1.5] 1. Transfinitnom indukcijom dokažite da za svaki ordinal  $\alpha \geq \omega$  vrijedi

$$5 + \alpha = \alpha .$$

[2] 2. Izračunajte

$$(\omega^3 \cdot 2 + \omega + 6)^{\omega+1} .$$

[1.5] 3. Dokažite da postoji maksimalni neprazni podskup od  $\mathbb{N}$ , zatvoren na zbrajanje, koji ne sadrži dva uzastopna prirodna broja.

**Treća školska zadaća**  
**Teorija skupova**  
**siječanj 2014.**

[1.5] 1. Neka su  $\alpha$  i  $\beta$  proizvoljni ordinali. Transfinitnom indukcijom dokažite da za svaki  $\gamma > \beta$  vrijedi

$$\alpha + \beta < \alpha + \gamma .$$

[1.5] 2. Izračunajte

$$(\omega^2 + 4) \cdot (5 \cdot \omega^\omega + \omega) .$$

[2] 3. Dokažite da postoji maksimalni neprazni skup  $S \subseteq \mathbb{Q} \setminus \{3\}$  takav da je aritmetička sredina svakog konačnog podskupa od  $S$  ponovo u  $S$ .