TEORIJA SKUPOVA

3. školska zadaća

27. 05. 2010.

1. (a) Dokažite da je $(\omega^2 + \omega \cdot 2 + 3) \cdot \omega^2 = \omega^4$.
   (b) Koristeći (a), izračunajte $(\omega^2 + \omega \cdot 2 + 3) \cdot (\omega^2 + 2)$.

2. Dokažite da postoji maksimalan (u smislu inkluzije) podskup od $\mathbb{R}$ zatvoren na zbrajanje te disjunktan sa $\mathbb{Q}$.

3. Neka je $(S, <)$ dobro uređen skup te neka je $x \in S$ element koji nije maksimalan u $(S, <)$. Dokažite da x ima neposrednog sljedbenika, tj. da postoji $y \in S$ takav da je $x < y$ te takav da ne postoji $z \in S$ sa svojstvom da je $x < z < y$. Sve svoje tvrdnje dokažite.

   (Uputa: promotrite skup $\{x' \in S \mid x < x'\}$ te iskoristite činjenicu da je $(S, <)$ dobro uređen.)