Teorija skupova

Druga školska zadaća

20. prosinca 2018.

(1) [2] Neka je $\preceq$ relacija na $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ definirana s

$$A \preceq B \iff \text{postoji konačan skup } S \text{ takav da je } B = A \cup S.$$

Dokažite da je $\preceq$ refleksivan parcijalni uređaj na $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ te da postoji jedinstven minimalni element u $(\mathcal{P}(\mathbb{N}), \preceq)$. Je li taj element najmanji?

(2) [2] Neka je $(A, <)$ totalno uređen skup i $a, b \in A$. Kažemo da je b *neposredni prethodnik* od a ako je b najveći element skupa

$$\{x \in A \mid x < a\}.$$

Dokažite da je „svaki element osim najmanjeg ima neposrednog prethodnika" invarijanta sličnosti totalno uređenih skupova.

(3) [1] Jesu li skupovi $\mathbb{N} \times \mathbb{Q}$ i $\mathbb{Q} \times \mathbb{N}$ (uređeni antileksikografski) slični? Obrazložite!

Teorija skupova

Druga školska zadaća

20. prosinca 2018.

(1) [2] Neka je $\preceq$ relacija na $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ definirana s

$$X \preceq Y \iff \text{postoji konačan skup } S \text{ takav da je } Y = X \cup S.$$

Dokažite da je $\preceq$ refleksivan parcijalni uređaj na $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ te da postoji jedinstven maksimalni element u $(\mathcal{P}(\mathbb{Z}), \preceq)$. Je li taj element najveći?

(2) [2] Neka je $(A, <)$ totalno uređen skup i $a, b \in A$. Kažemo da je b *neposredni sljedbenik* od a ako je b najmanji element skupa

$$\{x \in A \mid a < x\}.$$

Dokažite da je „svaki element osim najvećeg ima neposrednog sljedbenika” invarijanta sličnosti totalno uređenih skupova.

(3) [1] Jesu li skupovi $\mathbb{N} \times \mathbb{Q}$ i $\mathbb{Q} \times \mathbb{N}$ (uređeni antileksikografski) slični? Obrazložite!