Teorija skupova 2020./21.

Neki zadaci iz domaćih zadaća

1. zadaća: Neka su A i B skupovi i $f : A \to B$. Definiramo $F : \mathcal{P}(B) \to \mathcal{P}(A)$ formulom $F(C) := f^{-1}[C]$ (praslika skupa C po funkciji f). Slijedi li injektivnost ili surjektivnost funkcije F iz injektivnosti ili surjektivnosti funkcije f? Za implikacije (od 4 njih) koje vrijede napišite dokaze, a za one koje ne vrijede napišite kontraprimjere.

2. zadaća: Dokažite da je skup $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{N} \mid f \text{ je surjekcija}\}$ ekvipotentan skupu $\mathcal{P}(\langle 0, 1\rangle)$.

3. zadaća: Neka je $(A, <)$ totalno uređen skup i $a, b \in A$. Za b kažemo da je *neposredni prethodnik od* a ako je $b = \max p_A(a)$.

- Dokažite da je "*svaki element ima neposrednog prethodnika*" invarijanta sličnosti totalno uređenih skupova.
- Jesu li $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ i $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ (uređeni antileksikografski) slični? Sve svoje tvrdnje dokažite.

4. zadaća: Dokažite da za sve ordinale α i β vrijedi da je $(\alpha \cdot \beta, \in) \simeq (\alpha \times \beta, \prec)$, pri čemu je $\prec$ antileksikografski uređaj na $\alpha \times \beta$.