

Teorija skupova
Prvi kolokvij, grupa A
25. studeni 2016.

- (1) Definirajte sljedeće pojmove, odnosno napišite tražene primjere:
- (a) (1 bod) funkcija sa skupa x u skup y ;
 - (b) (1 bod) Kartezijev produkt indeksirane familije skupova;
 - (c) (1 bod) navedite tri beskonačna skupa tako da nikoja dva nisu međusobno ekvipotentna.
- (2) Iskažite sljedeće teoreme, odnosno aksiome:
- (a) (1 bod) aksiom unije;
 - (b) (1 bod) shema aksioma separacije;
 - (c) (1 bod) Knaster, Tarskijev teorem o fiksnoj točki.
- (3) (4 boda) Neka je $k \in \mathbb{N}$ i $f : \mathbb{N}_k \rightarrow \mathbb{N}_k$ injekcija. Dokažite da je funkcija f i surjekcija.
- (4) (5 bodova) Neka su A, B i C proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos između skupova $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ i $(B \cap C) \cup A$.
- (5) (5 bodova) Neka je \mathcal{R} relacija na $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ definirana s
- $$A\mathcal{R}B \leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset.$$
- Odredite tranzitivno zatvorenje od \mathcal{R} i ispitajte je li to relacija ekvivalencije.
- (6) (5 bodova) Odredite koliko ima neprebrojivih podskupova od $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$.
- (7) (5 bodova) Ispitajte jesu li skupovi $\mathbb{R} \setminus [0, 1]$ i $\langle 0, 2016 \rangle$ (uz standardni uređaj) slični. Argumentirajte!

Smijete koristiti samo pribor za pisanje i brisanje te prazne papire!

Zadatke (1), (2) i (3) možete rješavati na jednom papiru, a svaki od zadataka (4), (5), (6) i (7) morate na zasebnom!

Potpišite sve papire koje predajete!

Sretno!

Teorija skupova
Prvi kolokvij, grupa B
25. studeni 2016.

- (1) Definirajte sljedeće pojmove, odnosno napišite tražene primjere:
- (a) (1 bod) indeksirana familija skupova;
 - (b) (1 bod) konačan i beskonačan skup;
 - (c) (1 bod) neprebrojiv skup, te navedite pet primjera neprebrojivih skupova.
- (2) Iskažite sljedeće tvrdnje, odnosno aksiome:
- (a) (1 bod) aksiom partitivnog skupa;
 - (b) (1 bod) shema aksioma separacije;
 - (c) (1 bod) Banachova lema.
- (3) (4 boda) Detaljno dokažite Cantor, Schröder, Bernsteinov teorem. Ne trebate dokazivati Banachovu lemu.
- (4) (5 bodova) Neka su A , B i C proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos između skupova $(B \cup C) \setminus (A \cup B)$ i $C \setminus A \cup B$.
- (5) (5 bodova) Neka je \mathcal{R} relacija na $\mathcal{P}(\mathbb{Q})$ definirana s
- $$A\mathcal{R}B \leftrightarrow A \cap B \neq \emptyset.$$
- Odredite tranzitivno zatvorenje od \mathcal{R} i ispitajte je li to relacija ekvivalencije.
- (6) (5 bodova) Odredite koliko ima neprebrojivih podskupova od $\mathcal{P}(\mathbb{Q})$.
- (7) (5 bodova) Ispitajte jesu li skupovi $\langle -2016, 0 \rangle$ i $\mathbb{R} \setminus [0, 1]$ (uz standardni uređaj) slični. Argumentirajte!

Smijete koristiti samo pribor za pisanje i brisanje te prazne papire!

Zadatke (1), (2) i (3) možete rješavati na jednom papiru, a svaki od zadataka (4), (5), (6) i (7) morate na zasebnom!

Potpišite sve papire koje predajete!

Sretno!