Strojno učenje
3

Evaluacija modela

Tomislav Šmuc

Prošli put

- ***VC dimenzija prostora hipoteza H, definirana je kao najveći broj točaka (u nekoj konfiguraciji) koji je rastavljiv (shattering/=particioniranje, rastavljanje) članovima prostora H= {f(x,α)}***

Literatura:

Evaluacija modela:

Machine learning,

T. Mitchel (ch. 5)

The Elements of Statistical Learning

Hastie, Tibshirani, Friedman (ch. 7)

Model selection:

T Dietterich, Approximate statistical tests for comparing supervised classification learning algorithms, Neural Computation, 1998, 10, 1895-1923

ROC (Receiver Operating Characteristic)

P.A. Flach – ROC tutorijali + članci

Pregled

i. Greške (stvarna; T - na osnovu uzorka primjera)
ii. Resampling metode procjene greške
iii. Usporedba modela ili algoritama (na istim podacima)
iv. Mjere
    i. Klasifikacija:
        - Krivulja učenja, TP,FP... Matrica konfuzije
        - točnost, osjetljivost, preciznost
    ii. IR (+ klasifikacija): F_1 , ROC (AUC)

Tokom predavanja – uz pojedina područja

i. Pravila (podrška/pouzdanost/"pojačanje" - support/confidence/lift)
ii. Regresija – RMSE; RAE
iii. Clustering: Mjere "dobrote" clusteringa

Structural Risk Minimization i VC dimenzija

Pretpostavimo da imamo na izbor niz “strojeva”
– koji uče hipoteze iz prostora H_i (funkcije) različitih $VC(H_i)$ tako da vrijedi:

$$VC(H_1) \leq VC(H_2) \leq VC(H_3) \leq VC(H_4) \leq \ldots \leq VC(H_N)$$

Koji ćemo od “strojeva” - algoritama koristiti ?
- Treniramo svaki od strojeva i mjerimo e_T ... i procjenjujemo e_{test} na osnovu:

$$e_\Delta \approx e_{test} \leq e_T + \sqrt{\frac{VC(H)(\log(2N/VC(H))+1)-\log(\eta/4)}{N}}$$

rbr	H_i	e_T	√ (VC(H)....	~e_{test}	Rang
1	H_1				4
2	H_2				1
3	H_3				1
4	H_4				1
5	H_5				5

Druge metode procjene

bazirane samo na $e_S(h)$ i procjeni rizika

AIC (Akaike Information Criterion)

$$AIC(f(x,\alpha) = e_T(f(x,\alpha) + 2 \cdot \frac{d(\alpha)}{N} \cdot \hat{\sigma}_\varepsilon{}^2$$

d(α) – broj parametara modela
σ - est. bias modela

BIC (Bayesian information Criterion)

$$BIC(f(x,\alpha) = \frac{N}{\hat{\sigma}_\varepsilon{}^2}[\; e_T(f(x,\alpha)) + (\log N) \cdot \frac{d(\alpha)}{N} \cdot \hat{\sigma}_\varepsilon{}^2 \;]$$

The Elements of Statististical Learning,
Hastie, Tibshirani, Friedman

MDL (Minimum Description Length)

$$DL = -\log P(\mathbf{y} \mid \alpha, f, \mathbf{x}) - \log P(\alpha \mid h)$$

rbr	H_i	e_T	AIC/BIC/DL	~e_{test}	Rang
1	H_1				
2	H_2				
3	H_3				
4	H_4				
5	H_5				

Kako izgleda naš problem?

Glasači vs. Ne-glasači (HR) – binarni klasifikacijski problem

(Skup podataka za učenje – u tekstu *T* ili *S*)

- **Godine: (‘18-25’,’26-35’,’36-45’,...,76+)**
- **Spol: {M, Ž}**
- **Brak: {Da, Ne}**
- **Obrazovanje: {nš,oš,sš,vš,vsš}**
- **Broj djece: (‘0’,’<=2’,’3+’)**
- **Regija: {I,S,J,Z,C}**
- **Primanja {<50, 50-100, 100-200, >200}**
- **Zaduženost (krediti): {0-50, 50-100, 100-200, >200}**
- **Najčešće čita novine {V, JL, M, SN, Os}**
- **Klasa: {1,0}**

Godine	Spol	Brak	Obrazovanje	Broj djece	Regija	Primanja (kHRK/god)	Zaduženost (kHRK)	Novine	Klasa G(+)/ NG(-)
‘26-35’	m	Da	sš	‘<=2’	I	‘50-100’	‘50-100’	V	-
‘26-35’	ž	Ne	vss	‘0’	S	‘<50’	‘0-50’	JL	+
‘56-65’	ž	Da	ss	‘3+’	J	‘100-200’	‘100-200’	Os	-
‘66-75’	m	Ne	vss	‘<=2’	Z	‘<50’	‘>100’	M	+
‘18-25’	m	Ne	ss	‘0’	C	‘<50’	‘0-50’	SN	+
......	......		....	....	....		....	....	......

x

y

Kako mjerimo grešku:
Empirijska evaluacija uspješnosti učenja

Neki (očiti) zaključci:

a. $e_T(h)$ je gotovo uvijek pristrana (en biased) /optimistična procjena $e_\Delta(h)$

(bias $\equiv E\,[e_T(h)\,] - e_\Delta(h)$)

Da izbjegnemo ovaj optimistični *bias, h* i *T* moraju biti odabrani nezavisno !?

a. Čak i ako imamo ne-pristran *S*, $e_T(h)$ se može značajno razlikovati od $e_\Delta(h)$

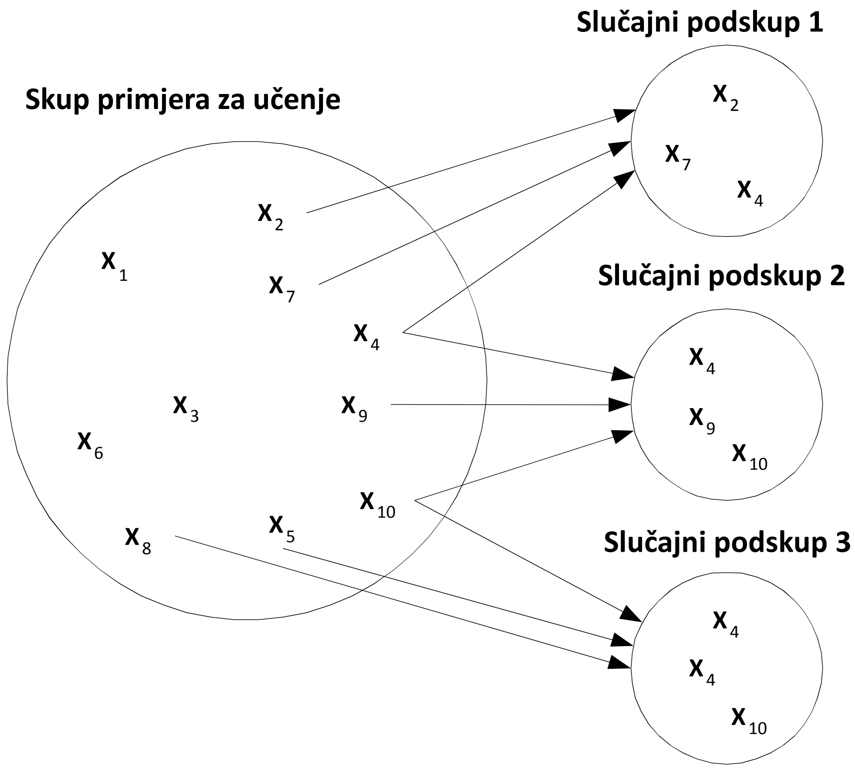
Varijanca X => $V(X) \equiv E\,[\,(X - E(X))^2]$

Empirijska procjena greške - validacija modela

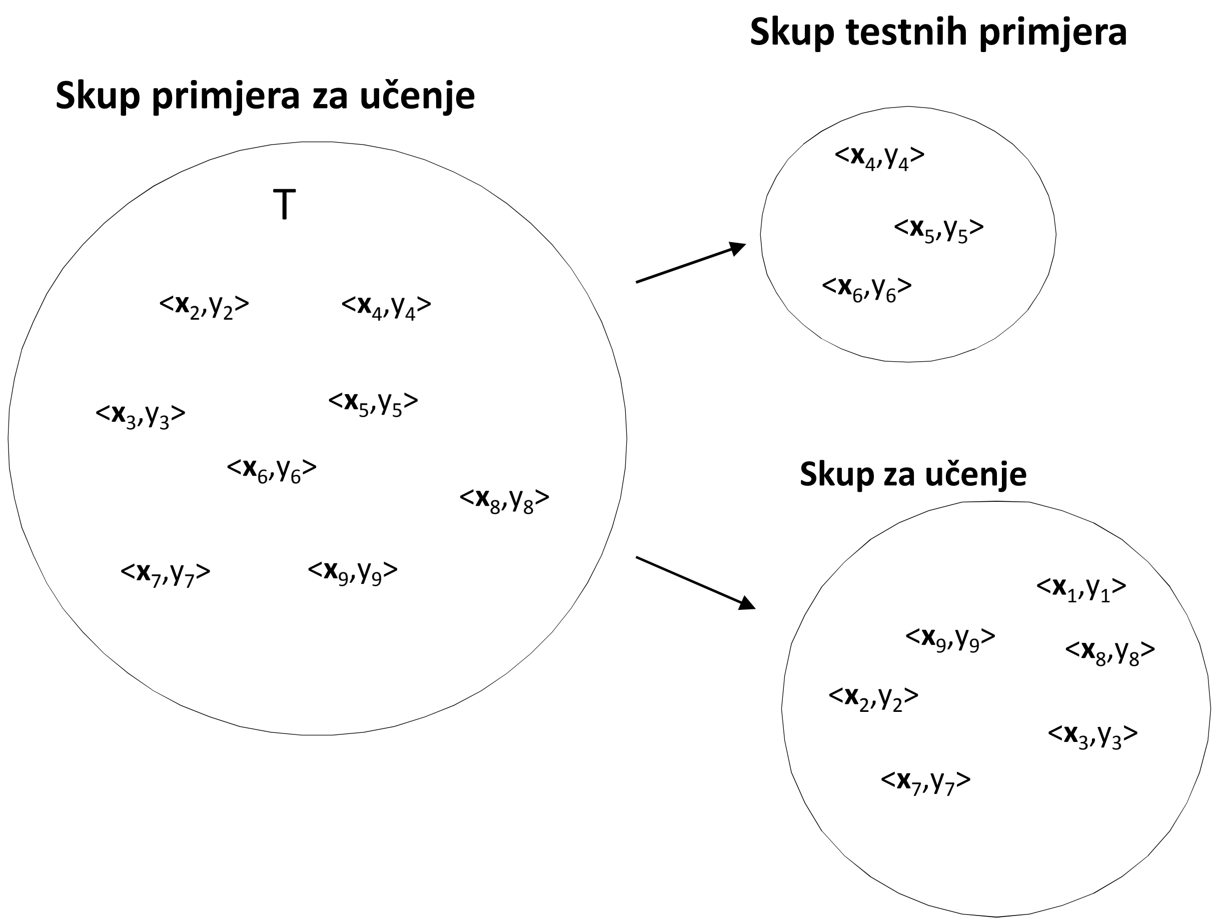
Tehnike probira (en. resampling)

- Train & Test metoda
- Unakrsna validacija (en. Cross-Validation)
- LOOCV (en. Leave-One-Out-Cross-Validation)
    - Bootstrap

Probir - osnove



Probir - osnove



Train & test metoda

a. Slučajno odaberemo 1/3 od dostupnih primjera za učenje i stavimo ih u novi – **skup za testiranje (en. Test set)**

b. Ostatak od 2/3 primjera iskoristimo za učenje modela – **skup za učenje (en. Training set)**

c. Naučimo model na skupu za učenje

d. Procijenimo stvarnu grešku modela “testirajući” novi model na **skupu za testiranje.**

Train & test metoda

Karakteristike

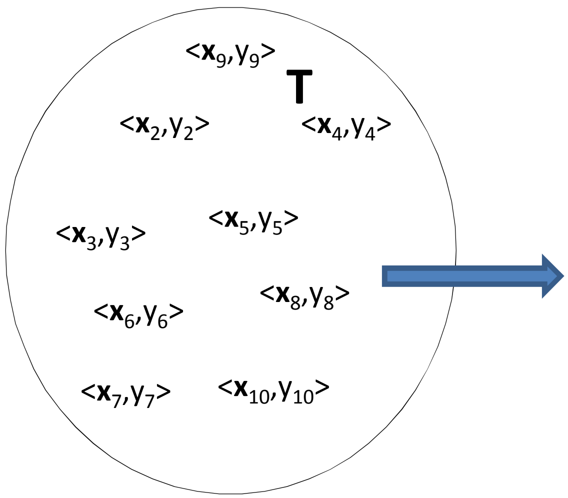
DOBRO:

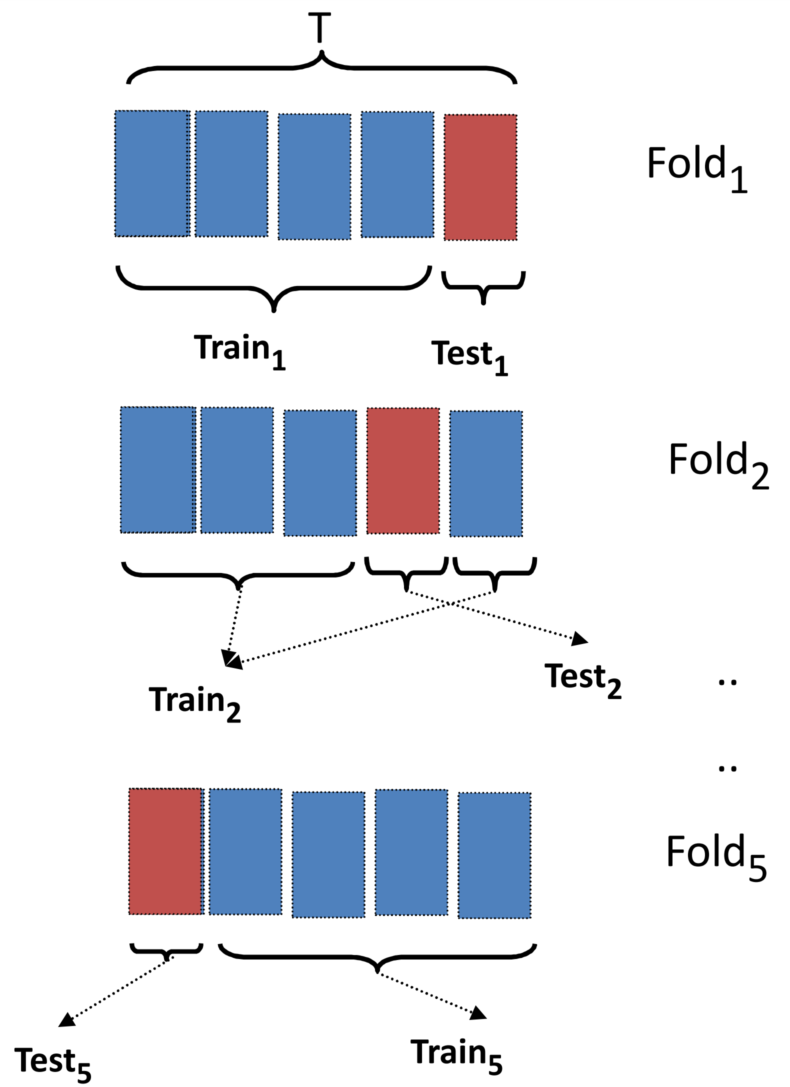
Jednostavna metoda - odabiremo onaj model koji daje najmanju grešku na testnom skupu

LOŠE:

a. “Gubimo” vrijedne podatke! 1/3 podataka se uopće ne koristi za izradu modela
b. Ako imamo relativno malo podataka za učenje ocjena greške na testnom skupu će biti vrlo nepouzdana (>> varijanca greške)

Skup primjera za učenje





Unakrsna validacija (primjer: 5-fold CV)

k-struka unakrsna validacija (k-fold cross validation)

a. Slučajno rasporediti primjere za učenje u k odvojenih skupova T_i, $i=1,k$ (tipično po 30+ primjera)

b. Za $i=1$ do k

   a. Koristi T_i kao testni skup a ostale podatke $(T_m\ m \neq i)$, iskoristi za učenje modela h_i

   b. Na testnom skupu T_i izračunaj grešku L_m modela h_m

c. Izračunaj prosječnu grešku za svih k modela

$$\overline{L}_{k-fold} = \frac{1}{k} \sum_{m=1,k} L_m$$

Pojedinačna unakrsna validacija
Leave-one-out cross validation (LOOCV)

Na skupu primjera za učenje $(\mathbf{x}_i, y_i) \in D, \quad i=1,N$

a. Za $i=1$ do N

   a. Privremeno izdvoji primjer $(\mathbf{x}_i, y_i)$ iz skupa primjera za učenje

   b. Nauči model h_m na preostalim primjerima (N-1)

   c. Izračunaj grešku modela h_m primjeru $(\mathbf{x}_i, y_i)$

b. Izračunaj prosječnu grešku za svih N modela

$$\overline{L}_{LOOCV} = \frac{1}{N} \sum_{m=1,N} L_m$$

Karakteristike metoda evaluacije probirom

Metoda	Dobre strane	Loše strane
Train & Test	▪ Jeftina – učimo samo jednom	▪ Gubimo puno primjera za učenje ▪ Nepouzdana procjena stvarne greške
K-fold CV	▪ Gubimo samo N/k za učenje jednog modela ▪ Stabilnija procjena greške	▪ K puta “skuplja” od T&T – učimo k modela
LOOCV	▪ Praktički učimo na svim primjerima (-1) ▪ Dobra za mali broj primjera	▪ Vrlo skupa za veliki N – učimo N modela !

Statistička evaluacija greške

Statistički problem – određivanje parametara i testiranje hipoteza

Neka je *f(**x**)* ciljna funkcija koju želimo naučiti koja savršeno klasificira primjere iz Δ

Stvarna greška našeg modela

$$e_{\Delta}(h) \equiv P_{x\in \Delta}[\, f(\mathbf{x}) \neq h(\mathbf{x})\,]$$

Ono što možemo lako dobiti jest greška na skupu *S(=T)* primjera na kojem učimo:

$$e_S(h) \equiv \frac{1}{n}\sum_{x\in S}\delta(f(\mathbf{x}) \neq h(\mathbf{x})); \qquad \delta(f(\mathbf{x}) \neq h(\mathbf{x})) = 1, \quad \delta(f(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x})) = 0$$

$e_S(h)$ je rezultat slučaj nog eksperimenta (slično je i s e_S^{CV})

Koliko je $e_S(h)$ / e_S^{CV} dobra procjena $e_{\Delta}(h)$?

Statistička evaluacija greške

Primjer:

a. h griješi na 20 od 100 primjera

b. $e_S(h) = 20/100 = 0.2$

c. Koliki je $e_\Delta(h)$?

Kao da imamo binarni klasifikator (0,1) - slično bacanju novčića i neka je $e_\Delta(h) = \Theta$ stvarna greška h

Tada imamo u pozadini određivanja $e_\Delta(h)$ iz rezultata $e_S(h)$ binomnu distribuciju !

Statistička evaluacija greške

Što predstavlja naš eksperiment ?

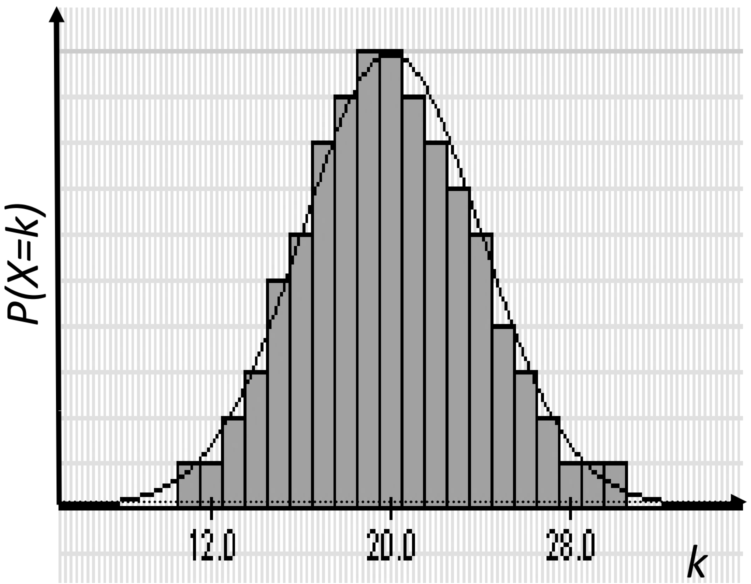
- Neka su h i $e_{\Delta}(h)$ fiksni (poznati)
- S je slučajnog karaktera - eksperiment je dakle probir primjera iz Δ u S !
- $R = e_S(h) \cdot |S|$ - greška je slučajna varijabla koja ovisi o S !

U našem slučaju:

- $|S| = 100$, a $e_S(h) = 0.2$. Koliko je vjerojatno da je ustvari $e_{\Delta}(h) = 0.3$?

Treba samo pogledati binomnu raspodjelu !

Binomna raspodjela



$$P(X=k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

P(X=k) – vjerojatnost da ćemo imati *k* puta ishod=*glava* u *n* pokušaja (p/g)

P=P(glava)

Srednja vrijednost

$$E(X) \equiv \sum_{i=0}^{n} iP(i) = np$$

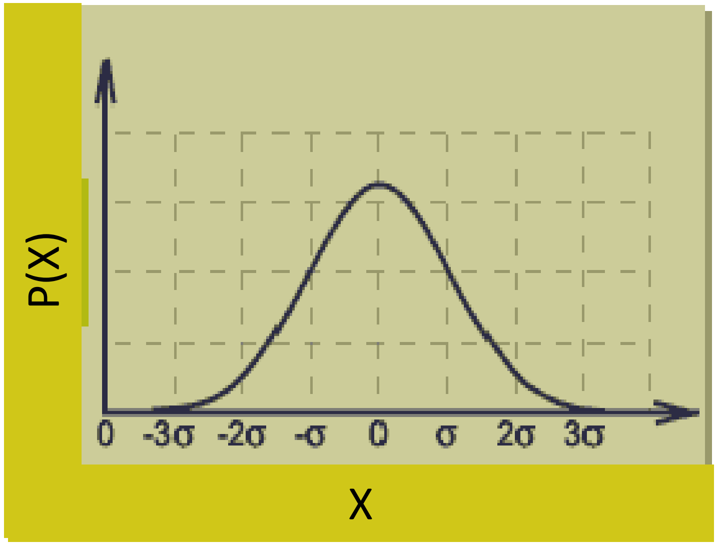
Varijanca - Var(X)=σ^2

$$Var(X) \equiv E\left[(X - E[X])^2 \right] = np(1-p)$$

Standardna devijacija X - σX= σ

$$\sigma_X \equiv \sqrt{E\left[(X - E[X])^2 \right]} = \sqrt{np(1-p)}$$

Normalna raspodjela



Vjerojatnost da će X biti u intervalu (a,b) je

$$P(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

- srednja vrijednost $E(X)=\mu$
- Varijanca $Var(X)=\sigma^2$
- Standardna devijacija $\sigma_X = \sigma$

Mjerenje uspješnosti učenja

Sve naše pretpostavke:

- *h* i *S* su nezavisno odabrani
- $n > 30$ – binomna raspodjela dobro je aproksimirana normalnom raspodjelom
- $\mu(e_S(h)) = e_\Delta(h)$

$$\sigma(e_S(h)) = \sqrt{\frac{e_S(h)(1-e_S(h))}{n}} \approx \sqrt{\frac{e_\Delta(h)(1-e_\Delta(h))}{n}}$$

Centralni granični teorem (en. Central Limit Theorem)

Neka su $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *slučajne, nezavisne, identično distribuirane varijable*, **s proizvoljnom distribucijom** s (nama) nepoznatom srednjom vrijednosti μ i varijancom σ^2 .

- Naš pokušaj određivanja srednje vrijednosti, na osnovu podskupa *S:*

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

- CLT: Distribucija vjerojatnosti kojoj je podložna $\bar{x}$ približava se Normalnoj distribuciji kada $n \rightarrow \infty$, **bez obzira na distribuciju kojoj su podložne varijable** x_i. Srednja vrijednost distribucije $\bar{x}$ približava se srednjoj vrijednosti μ varijabli x_i, a standardna devijacija $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Za veći *n* (*n* > 30) normalna raspodjela je dobra aproksimacija binarne raspodjele !

Poznato: Sa *N%* vjerojatnosti, $e_{\Delta}(h)$ se nalazi u intervalu:

$$e_{\Delta}(h) = e_S(h) \pm z_N \sqrt{\frac{e_S(h)(1 - e_S(h))}{n}}$$

Gdje vrijedi:

N%	*50%*	*68%*	*90%*	*95%*	*98%*	*99%*
z_N	*0.67*	*1.00*	*1.64*	*1.96*	*2.33*	*2.58*

Računanje razlika između modela

1. Želimo odrediti razliku u uspješnosti dva modela h_1 i h_2:

$$\delta \equiv e_\Delta(h_1) - e_\Delta(h_2)$$

2. Na osnovu procjena dobivenih na S_1 i S_2

$$\hat{\delta} \equiv e_{S_1}(h_1) - e_{S_2}(h_2)$$

3. Odredimo distribuciju vjerojatnosti koja je u pozadini naše procjene

$$\sigma_{\hat{\delta}} \approx \sqrt{\frac{e_{S_1}(h_1)(1-e_{S_1}(h_1))}{n_1} + \frac{e_{S_2}(h_2)(1-e_{S_2}(h_2))}{n_2}}$$

4. Na kraju nađemo interval *N%* vjerojatnosti u koji spada δ

$$\delta \approx \hat{\delta} \pm z_N \sqrt{\frac{e_{S_1}(h_1)(1-e_{S_1}(h_1))}{n_1} + \frac{e_{S_2}(h_2)(1-e_{S_2}(h_2))}{n_2}}$$

Usporedba 2 algoritma strojnog učenja

Vrlo često:

a. Želimo pronaći najbolji algoritam za naš problem

b. Odrediti razliku u uspješnosti algoritama i ustanoviti da li je ona statistički značajna

Statistički test mora kontrolirati nekoliko izvora varijacije:

- u izboru testnih podataka
- u izboru podataka za učenje
- slučajni odabiri/odluke u algoritmima

Usporedba 2 algoritma strojnog učenja

1. **Podijeli skup primjera D u skupove $T_1, T_2, \ldots, T_k$ jednake veličine**
2. **Za $i=1$ do k**

   Koristiti T_i za testiranje a ostale podatke $\{D - T_i\}$ za učenje modela

   - $\{D - T_i\} \rightarrow S_i$
   - $h_A \leftarrow L_A(S_i)$; $h_B \leftarrow L_B(S_i)$
   - $x_i \leftarrow (e_{Ti}(h_A) - e_{Ti}(h_B))$

3. **Odredi $\bar{x}$ prema:** $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

Gdje je $\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} e(L_A(S_i))$ **procjena greške L_A dobivena k-strukom unakrsnom validacijom**

Usporedba 2 algoritma strojnog učenja

- Testni skupovi su međusobno nezavisni – ali skupovi za učenje se značajno preklapaju !
- Hipoteze su generirane korištenjem (k-1)/k dostupnih podataka
- Algoritmi A and B trenirani su na istom skupu podataka i njihove hipoteze testirani na istom (testnom) skupu

Zbog zavisnosti => paired t-tests (konzervativniji u ocjeni statističke značajnosti)

Drugi (popularni) testovi: (T Dietterich, Approximate statistical tests ....)

- McNemar-ov test
- 5x2 fold Xv
- Wilcoxon signed rank test

Mjere/statistike uspješnosti u klasifikaciji

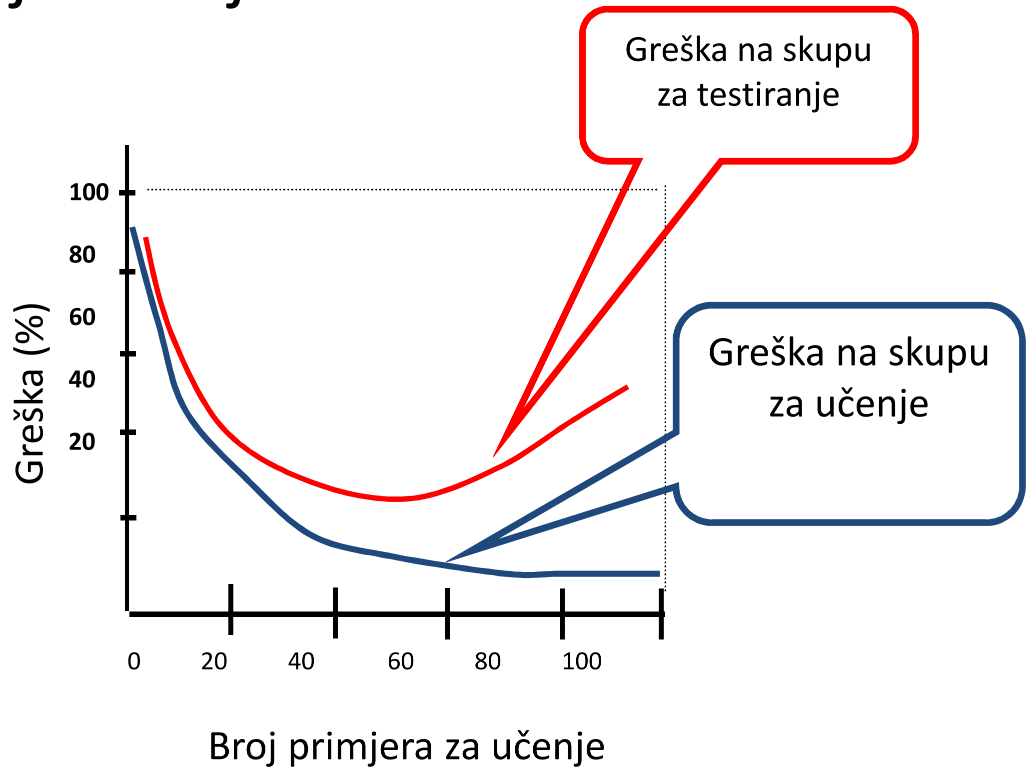
- Neke od mjera/statistika postoje u principu od vremena prije nastanka pojma strojno učenje
- Osim SU neke od ovih mjera su uobičajene i u području IR (en. information retrieval)
- Neke od mjera uspješnosti modela
  - Krivulja (točnosti) učenja
  - Matrica konfuzije
    - Točnost, Osjetljivost, Preciznost (Recall/Precision)
  - F_1, ROC – Receiver Operating Curve - (AUC)
  - Kappa

Problem – Glasači vs. Ne-glasači (HR)

- Godine: ('18-25','26-35','36-45',...,76+)
- Spol: {M, Ž}
- Brak: {Da, Ne}
- Obrazovanje: {nš,oš,sš,vš,vsš}
- Broj djece: ('0','<=2','3+')
- Regija: {I,S,J,Z,C}
- Primanja {<50, 50-100, 100-200, >200}
- Zaduženost (krediti): {0-50, 50-100, 100-200, >200}
- Najčešće čita novine {V, JL, M, SN, Os}
- Klasa: {1,0}

Godine	Spol	Brak	Obrazovanje	Broj djece	Regija	Primanja (kHRK/god)	Zaduženost (kHRK)	Novine	Klasa G(+)/ NG(-)
'26-35'	m	Da	sš	'<=2'	I	'50-100'	'50-100'	V	-
'26-35'	ž	Ne	vss	'0'	S	'<50'	'0-50'	JL	+
'56-65'	ž	Da	ss	'3+'	J	'100-200'	'100-200'	Os	-
'66-75'	m	Ne	vss	'<=2'	Z	'<50'	'>100'	M	+
'18-25'	m	Ne	ss	'0'	C	'<50'	'0-50'	SN	+
......	......		....	....	....		....	....	......

Krivulja učenja



Naš naučeni model *h* aproksimira ciljnu funkciju *f* koja preslikava ***x*** ***(G,S,B,O,BrD,R,P,Z,N)*** u Klasu {**+,-**}

Matrica konfuzije (confusion matrix)		**Stvarna klasa**	
		G (+) Pozitivni	**NG (-) Negativni**
Predviđeno modelom *h*	**G (+) Pozitivni**	TP	FP
	NG (-) Negativni	FN	TN

TP - true positives (broj stvarno pozitivnih primjera, točno predviđenih od strane modela *h*)

FP - false positives (broj stvarno negativnih primjera, koji su netočno predviđeni od strane modela *h* kao pozitivni)

TN – true negatives (broj stvarno negativnih primjera, koji su točno predviđeni od strane modela *h* kao negativni)

FN – false negatives (broj stvarno pozitivnih primjera, koji su netočno predviđeni od strane modela *h* kao negativni)

Matrica konfuzije (confusion matrix)		**Stvarna klasa**	
		G (+) Pozitivni	**NG (-) Negativni**
Predviđeno modelom *h*	**G (+) Pozitivni**	TP	FP
	NG (-) Negativni	FN	TN

Točnost (en. Accuracy) = (*TP+TN*) / (*TP+FP+TN+FN*)

Omjer točno klasificiranih primjera u odnosu na ukupan broj primjera (recimo u testnom skupu primjera)

- vrlo česta i uobičajena mjera - ne uvijek i ono što nam treba:

  - pozitivni primjeri su nam daleko važniji (medicina)
    (točnost daje *istu težinu* i pozitivnim i negativnim primjerima)
  - u mnogim problemima imamo veliki nesrazmjer između
    broja pozitivnih i negativnih primjera

Matrica konfuzije (confusion matrix)		Stvarna klasa	
		G (+) Pozitivni	NG (-) Negativni
Predviđeno modelom *h*	G (+) Pozitivni	TP	FP
	NG (-) Negativni	FN	TN

Osjetljivost (en. Sensitivity / Recall /True positive rate)

$R = TP / (TP+FN)$

Udio točno pozitivnih primjera koje je model prepoznao kao pozitivne, od ukupnog broja pozitivnih primjera.

- npr. Moramo imati $R \approx 1$ – da ne bi "ispustili" teškog bolesnika

Specifičnost = $TN / (FP+TN)$ $S \approx 1$ = P [Test je negativan | Pacijent je zdrav]

Preciznost

$P = TP / (TP+FP)$

Udio stvarno pozitivnih primjera u svima koji su modelom predviđeni kao pozitivni => pretraživači/preporučitelji - Information Retrieval

Evaluacija IR sistema (npr. pretraživači)

- Učinkovitost (Effectiveness)
  - Pronalaženje **relevantnog** sadržaja (dokumenata iz korpusa – npr. Internet☺)

    Ostali elementi
    - Ekspresivnost (kompleksnost informacija)
    - Efikasnost (indeksiranje, brzina)
    - ....

IR - Kvantifikacija relevantnosti

~ klasifikacija (važni/nevažni)

– Pretraživač (~ klasifikator)
  (problem: razlučiti važno/nevažnog)
– korpus dokumenata = testni skup
– skup upita (ulazni podaci testnog skupa)

IR - Kvantifikacija relevantnosti

- IR sistem vrati određeni skup dokumenata
- Možemo opet upotrijebiti matricu konfuzije !

Matrica konfuzije (confusion matrix)		Stvarna klasa	
		V (+) Važni	NV (-) NeVažni
Predviđeno pretraživačem	G (+) Važni	TP	FP
	NG (-) NeVažni	FN	TN

Točnost i IR

- **Točnost: Acc = (*TP+TN*) / (*TP+FP+TN+FN*)**
  - = Udio točnih klasifikacija
  - – Za IR – neupotrebljivo !
    - |Važno | <<< |Nevažno |
    - TP <<< TN
    - Acc= (1 + 997) / (1+1+997+1)= 99.8%
    - Acc=(0 + 998) / (0+0+998+2)= 99.8%

- Preciznost $P = tp/(tp+fp)$
  - Udio važnih dokumenata od onih koji su "pronađeni" (kalsificirano kao važni !)
  - *P*[*pronađeni važni* | *ukupno "pronađeni"*]

- Osjetljivost – recall $R = tp/(tp+fn)$
  - Udio od ukupno važnih koji su i pronađeni kao važni
  - *P*[*pronađeni važni | ukupno važnih*]

  - R može biti jednak 1 - ali je tada preciznost loša !

- Dobar IR
  - Balans Preciznost/Osjetljivost
  - Tipično:
    - preciznost pada kako osjetljivost raste, i obratno
  - F_β : mjera koja povezuje Preciznost/Osjetljivost

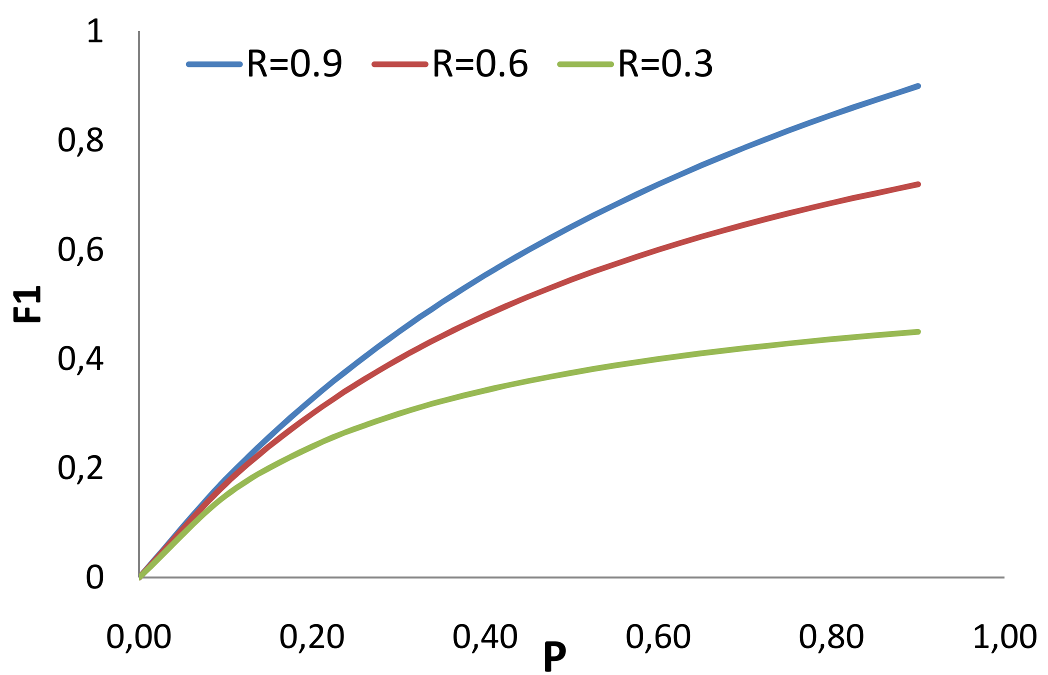
    F_β: *harmonijska sredina P i R - uz težinski faktor* β

$$F_\beta = \frac{1}{\alpha \frac{1}{P} + (1-\alpha)\frac{1}{R}} = \frac{(\beta^2+1)PR}{\beta^2 P + R}$$

Uobičajeno se u IR koristi :

F_1 : Balansirani P i R (tj $\beta = 1$ ili $\alpha = ½$)

$$F_1 = \frac{2}{\frac{1}{P} + \frac{1}{R}} = \frac{2PR}{P+R}$$



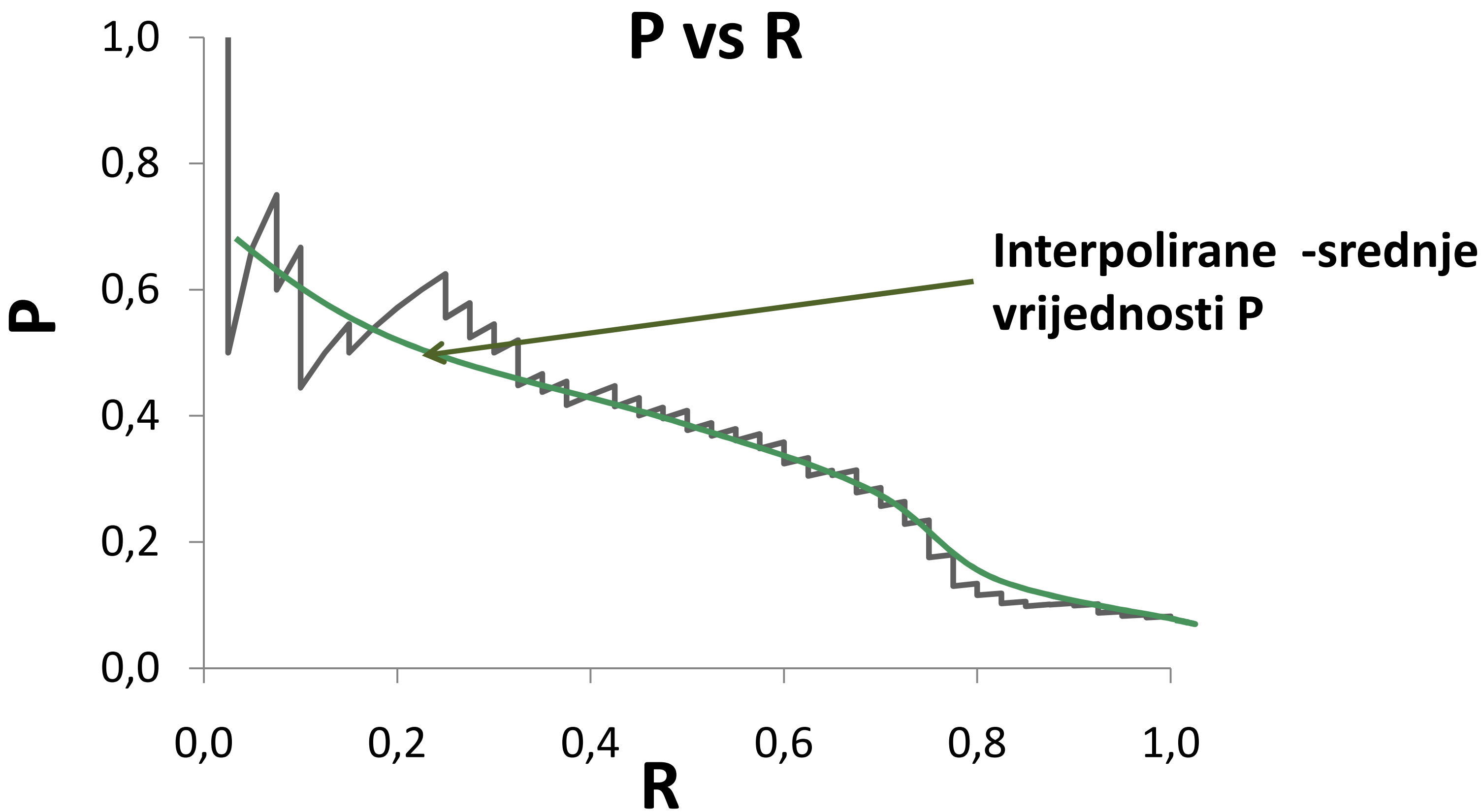
Ako **IR-sistem** rangira dokumente:

R,P,F_1 - f(odabranog broja rangiranih dokumenata)

Ako **klasifikator** rangira primjere

npr. prema vjerojatnosti pripadanja određenoj klasi:

R,P,F_1 - f (odabranog broja rangiranih primjera)


P vs R
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
P
0,0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
R
Interpolirane -srednje vrijednosti P

Mjere vezane uz rangiranje primjera

- **P(k)** – preciznost za top k pronađenih primjera
- **R(k)** – osjetljivost za top k pronađenih primjera

- ROC (Receiver Operating Characteristic) –

Krivulja koja prikazuje odnos:

TPR (true positive rate)

vs

FPR (false positive rate)

ROC – krivulja

– prikazuje odnos TPR u odnosu na FPR

- *TPR* – broj korektnih klasifikacija u (pozitivnoj) klasi u odnosu na ukupan broj pozitivnih primjera

$$TPR = tp/(tp+fn) \qquad = R$$

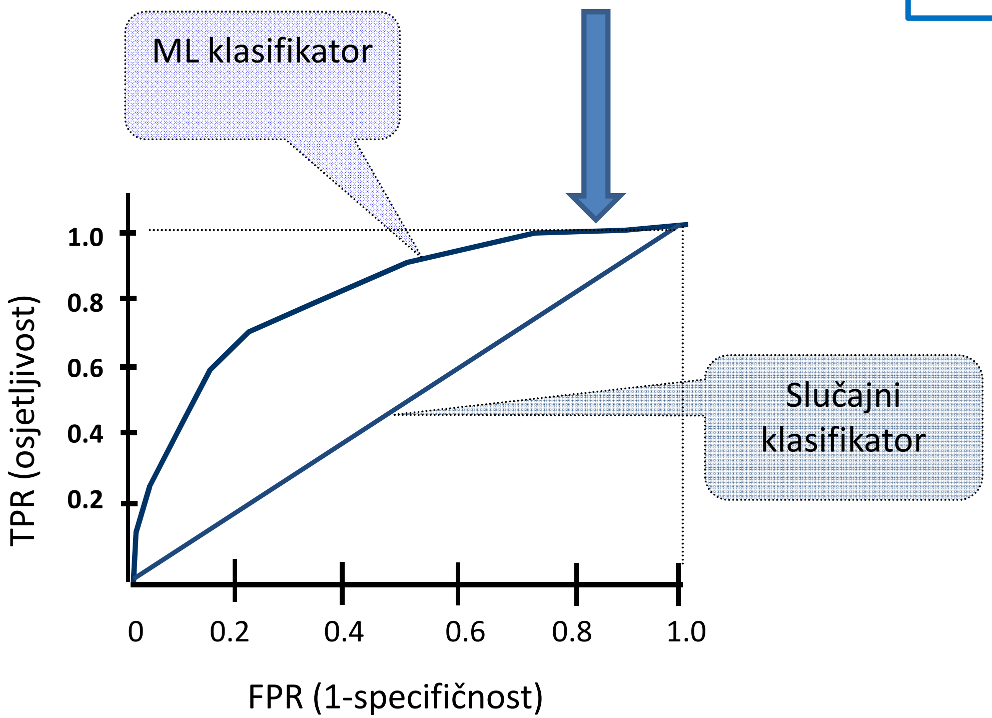
- *FPR* – broj krivih klasifikacija u (pozitivnoj) klasi u odnosu na ukupan broj negativnih primjera

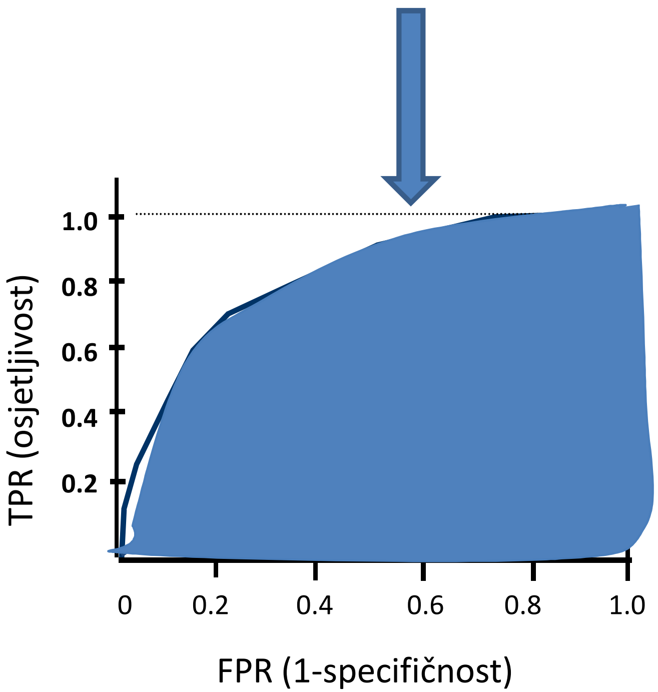
$$FPR = fp/(fp+tn) = 1 - specifičnost$$

ROC – krivulja
Mjera uspješnosti klasifikatora – na nivou jedne klase primjera !

AUC - Površina ispod ROC krivulje
(en. AUC – Area Under Curve)

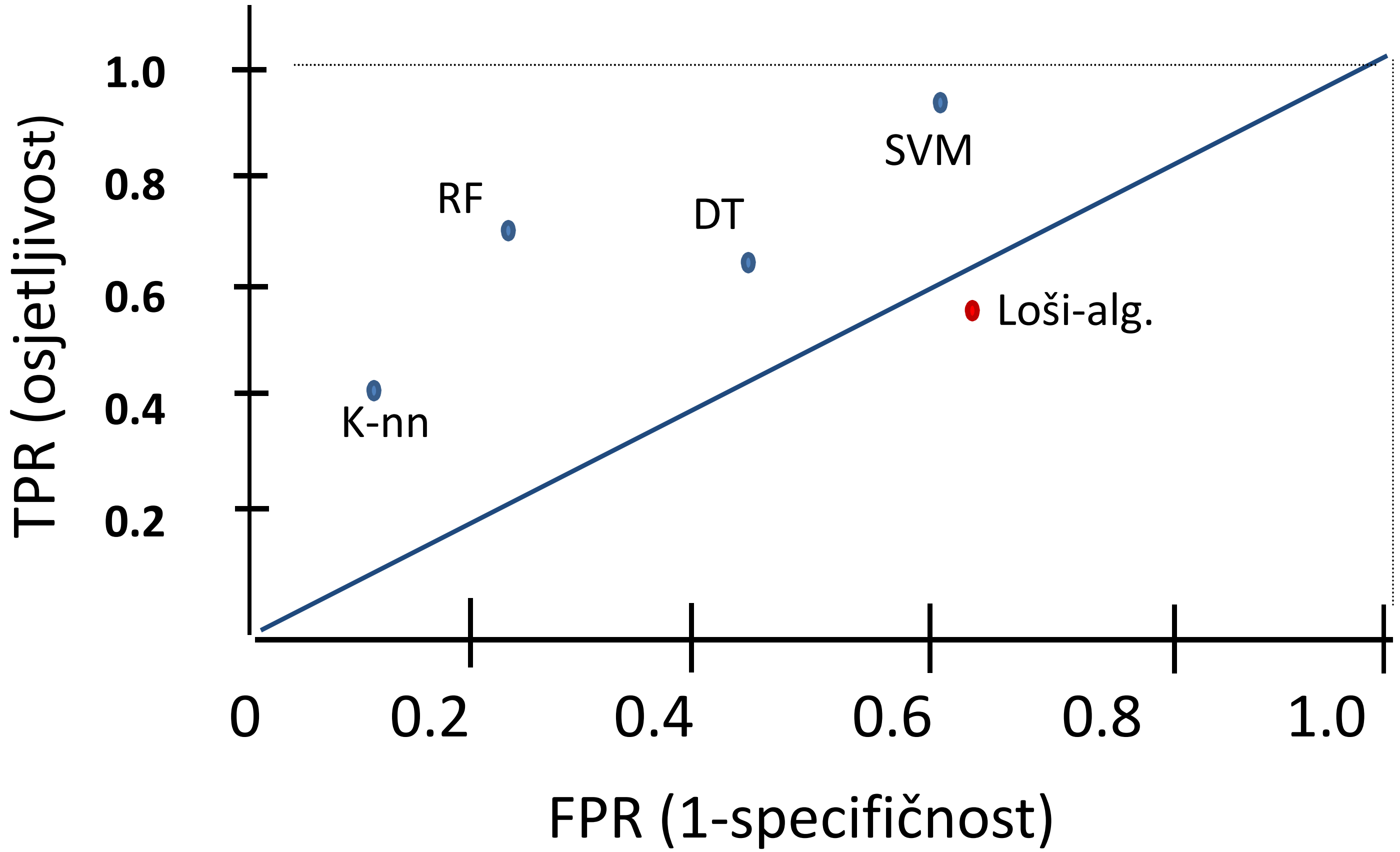
- AUC=0.5 – slučajno pogađalo
- AUC=1 – savršeni klasifikator





ROC -prostor za komparaciju hipoteza/algoritama

Nemamo rangirane primjere - h u točki (TPR,FPR)



Kappa - mjera slaganja eksperata u predikciji (Inter-Judge Agreement)

$$\kappa = \frac{P(A) - P(S)}{1 - P(S)}$$

$P(A)$: proporcija primjera kod kojih se eksperti slažu
$P(S)$: očekivana proporcija primjera kod kojih se slaganje postiže slučajnim predikcijama

- $\kappa = 0$: sasvim slučajno slaganje;
- $\kappa = 1$: savšeno slaganje;
- $\kappa > 0.8$: dobro slaganje
- $0.67 < \kappa < 0.8$: tentativno slaganje

Kako to funkcionira – slaganje eksperata ?

Broj primjera	Ekspert 1	Ekspert 2
200	važno	važno
50	nevažno	nevažno
30	važno	nevažno
20	nevažno	važno

$P(E1{=}E2)$ = (200+50)/300 = 0.83
P(nevažno) = (20+30+50+50)/(300+300) = 0.25
P(važno) = (20+30+200+200)/(300+300) = 0.75
$P(\text{\textit{slučajno}}) = 0.25^2 + 0.75^2 = 0.63$

κ = (0.83 - 0.63)/(1-0.63) = 0.54

Kako to funkcionira - u klasifikaciji?

		Stvarna klasifikacija - ekspert 1	
Predikcija Klasifikatora - ekspert 2		v	n
	v	200	20
	n	30	50

$P(E1=E2)$ = (200+50)/300 = 0.83
P(nevažno) = (20+50)/(300) = 0.25
P(važno) = (30+200)/(300) = 0.75
$P(slučajno)$ = $0.25^2 + 0.75^2$ = 0.642

Što pretpostavlja P(slučajno)?

κ = (0.83 - 0.63)/(1-0.63) = 0.53

Sažetak

- Teorijske procjene greške
- Resampling metode
- Statistička evaluacija
  - odabir/usporedba modela i algoritama
- Mjere uspješnosti u klasifikaciji