Programiranje 2
1. predavanje

Saša Singer

singer@math.hr

web.math.pmf.unizg.hr/~singer

PMF – Matematički odsjek, Zagreb

Dobar dan, dobro došli

Sadržaj predavanja (početak)

- Uvod u kolegij:
  - Tko sam, što sam i kako do mene.
  - Pravila lijepog ponašanja.
  - Računarski kolegiji na preddiplomskom studiju.
  - Cilj kolegija "Programiranje 2".
  - Pregled sadržaja kolegija.
  - Ostale važne informacije o kolegiju. Posebno:
    - "Pravila igre" ili način polaganja ispita.
    - Literatura.
    - Korisni linkovi — službena web stranica kolegija.

Sadržaj predavanja (nastavak)

- Funkcije (ponavljanje):
  - Načini prijenosa argumenata:
    - "po vrijednosti", "po adresi".
  - Prijenos argumenata po vrijednosti u C-u.
  - Prijenos adresa — "varijabilni" argumenti.
- Rekurzivne funkcije.
  - Fibonaccijevi brojevi — NE TAKO i kako treba.
  - QuickSort algoritam.

Funkcije

Sadržaj

- Funkcije (ponavljanje):
  - Načini prijenosa argumenata:
    - "po vrijednosti", "po adresi".
  - Prijenos argumenata po vrijednosti u C-u.
  - Prijenos adresa — "varijabilni" argumenti.
- Rekurzivne funkcije.
  - Fibonaccijevi brojevi — NE TAKO i kako treba.
  - QuickSort algoritam.

Definicija funkcije — ponavljanje

Funkcija je programska cjelina koja

- uzima neke ulazne podatke,
- izvršava određeni niz naredbi,
- i vraća rezultat svog izvršavanja na mjesto poziva.

Definicija funkcije ima oblik:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,
                         ..., tip_n arg_n)
{
    tijelo funkcije
}
```

Načini prijenosa argumenata

Formalni i stvarni argumenti (ili parametri):

- Argumenti deklarirani u definiciji funkcije nazivaju se formalni argumenti.
- Izrazi koji se pri pozivu funkcije nalaze na mjestima formalnih argumenata nazivaju se stvarni argumenti.

Veza između formalnih i stvarnih argumenata uspostavlja se

- prijenosom argumenata, prilikom poziva funkcije.

Sasvim općenito, postoje dva načina prijenosa (ili predavanja) argumenata, prilikom poziva funkcije:

- prijenos vrijednosti argumenata — engl. “call by value”,
- prijenos adresa argumenata — engl. “call by reference”.

Prijenos argumenata po vrijednosti

Kod prijenosa vrijednosti argumenata,

- funkcija prima kopije vrijednosti stvarnih argumenata,

što znači da

- funkcija ne može izmijeniti stvarne argumente.

Stvarni argumenti mogu biti izrazi. Prilikom poziva funkcije,

- prvo se izračuna vrijednost tog izraza,
- a zatim se ta vrijednost prenosi u funkciju,
- i kopira u odgovarajući formalni argument.

Prijenos argumenata po adresi

Kod prijenosa adresa argumenata,

- funkcija prima adrese stvarnih argumenata,

što znači da

- funkcija može izmijeniti stvarne argumente, tj. sadržaje na tim adresama.

Stvarni argumenti, u principu, ne mogu biti izrazi,

- već samo varijable,
- odnosno, objekti koji imaju adresu.

Prijenos argumenata u C-u

U C-u postoji samo prijenos argumenata po vrijednosti.

- Svaki formalni argument ujedno je i lokalna varijabla u toj funkciji.
- Stvarni argumenti u pozivu funkcije su izrazi (izračunaj vrijednost, kopiraj ju u formalni argument).

Ako funkcijom želimo promijeniti vrijednost nekog podatka (tzv. "varijabilni argument"), pripadni argument

- treba biti pokazivač na taj podatak, tj. njegova adresa!

Tada se adresa prenosi po vrijednosti — kopira u funkciju (promjena te kopije ne mijenja stvarnu adresu),

- ali smijemo promijeniti sadržaj na toj adresi, koristeći operator dereferenciranja `*`.

Prijenos vrijednosti argumenata

Primjer. Prijenos vrijednosti argumenata (`kvad_1.c`).

```
#include <stdio.h>

void kvadrat(int x, int y)
{
    y = x*x;
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
            x, y);
    return;
}
```

Kvadrat od `x` sprema se u lokalnoj varijabli `y`, pa nema traga izvan funkcije `kvadrat`.

Prijenos vrijednosti argumenata (nastavak)

```
int main(void) {
    int x = 3, y = 5;

    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    kvadrat(x, y);
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

```
Prije poziva: x = 3, y = 5.
Unutar funkcije: x = 3, y = 9.
Nakon poziva: x = 3, y = 5.
```

Prijenos adresa argumenata

Primjer. Prijenos adresa argumenata (`kvad_2.c`).

```
#include <stdio.h>

void kvadrat(int *x, int *y)
{
    *y = *x**x;  /* = (*x) * (*x). */
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
            *x, *y);
    return;
}
```

Kvadriramo sadržaj od `x` i spremamo ga u sadržaj od `y`, pa ostaje trag izvan funkcije `kvadrat` — mijenja se `*y`.

Prijenos adresa argumenata (nastavak)

```
int main(void) {
    int x = 3, y = 5;

    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    kvadrat(&x, &y);
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

```
Prije poziva: x = 3, y = 5.
Unutar funkcije: x = 3, y = 9.
Nakon poziva: x = 3, y = 9.
```

Napomene uz primjer

U prvom primjeru

- `void kvadrat(int x, int y)`

`x` i `y` su lokalne varijable tipa `int`.

U drugom primjeru

- `void kvadrat(int *x, int *y)`

`x` i `y` su lokalne varijable tipa `int *`, tj. pokazivači na `int`.

Nije lijepo da se razne stvari isto zovu! Recimo, `px` i `py` bi bilo bolje u drugom primjeru.

"Prava" realizacija bi bila

- `void kvadrat(int x, int *py)`

jer `x` ne mijenjamo!

Korektni prijenos argumenata

Primjer. Korektni prijenos argumenata — y je “varijabilni” argument, pa prenosimo adresu py (kvad_3.c).

```
#include <stdio.h>

void kvadrat(int x, int *py)
{
    *py = x*x;
    printf("Unutar funkcije: x = %d, y = %d.\n",
           x, *py);
    return;
}
```

Kvadrat od x spremamo u sadržaj od py, pa ostaje trag izvan funkcije kvadrat — mijenja se *py.

Korektni prijenos argumenata (nastavak)

```
int main(void) {
    int x = 3, y = 5;

    printf("Prije poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    kvadrat(x, &y);
    printf("Nakon poziva: x = %d, y = %d.\n", x, y);
    return 0;
}
```

Rezultat izvršavanja programa je:

```
Prije poziva: x = 3, y = 5.
Unutar funkcije: x = 3, y = 9.
Nakon poziva: x = 3, y = 9.
```

Korektni prijenos argumenata (nastavak)

Potpuni pregled stanja stvari dobivamo ispisom adresa, vrijednosti i sadržaja na adresama (`kvad_p3.c`):

```
U glavnom programu (funkcija main):
     adresa od x (&x) = 0130C000
     adresa od y (&y) = 0130C004
Prije poziva funkcije:
  vrijednost od x (x) = 3
  vrijednost od y (y) = 5
Unutar funkcije kvadrat:
       adresa od x (&x) = 0019FDE8
     adresa od py (&py) = 0019FDF0
    vrijednost od x (x) = 3
  vrijednost od py (py) = 0130C004
    sadrzaj od py (*py) = 9
```

Korektni prijenos argumenata (nastavak)

```
Nakon poziva funkcije:
  vrijednost od x (x) = 3
  vrijednost od y (y) = 9
```

Komentar. Prethodni primjeri služe samo za ilustraciju. Naravno, jedina razumna realizacija funkcije za kvadrat je

- funkcija koja prima jedan argument i vraća kvadrat tog argumenta.

```
int kvadrat(int x)
{
    return x*x;
}
```

Rekurzivne funkcije

Rekurzivne funkcije

Programski jezik C dozvoljava tzv. rekurzivne funkcije, tj.

- da funkcija poziva samu sebe.

U pravilu,

- rekurzivni algoritmi su kraći,
- ali izvođenje, u načelu, traje dulje.

Katkad — puno dulje, ako puno puta računamo istu stvar.
Zato oprez!

Napomena. Svaki rekurzivni algoritam mora imati

- “nerekurzivni” dio, koji omogućava prekidanje rekurzije.

Najčešće je to neki `if` u inicijalizaciji rekurzije.

Fibonaccijevi brojevi

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Osim faktorijela, drugi standardni primjer rekurzivne funkcije su Fibonaccijevi brojevi, definirani rekurzijom

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 2, \quad \text{uz} \quad F_0 = 0, \; F_1 = 1.$$

Po definiciji, možemo napisati rekurzivnu funkciju:

```
long int fib(int n)
{
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
```

Može i `long unsigned`. Ali, nemojte to raditi. Zabranjujem!

Fibonaccijevi brojevi (nastavak)

Ovdje je broj rekurzivnih poziva ogroman i veći od samog broja F_n.

Ne vjerujete? Dodajmo funkciji globalni brojač poziva `broj_poziva` (`fib_r.c`).

```
long int fib(int n)
{
    ++broj_poziva;    /* Globalni brojac poziva. */
    if (n == 0) return 0;
    if (n == 1) return 1;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
```

Za $n = 20$ rezultat je $F_{20} = 6765$, a za računanje treba 21891 poziv funkcije!

Fibonaccijevi brojevi petljom

Zadatak. Dokažite da je broj rekurzivnih poziva funkcije `fib` za računanje F_n, uz $n \geq 2$, jednak $(F_1 + \cdots + F_n) + F_{n-1}$.

Uputa: `fib(k)` se poziva F_{n+1-k} puta, za $k = 1, \ldots, n$, a `fib(0)` se poziva F_{n-1} puta! ■

Ovo, kao i faktorijele, ide puno brže običnom petljom:

- novi član je zbroj prethodna dva, uz "pomak" članova.

Za realizaciju tog algoritma trebamo "prozor" od samo 3 susjedna člana niza:

- `fn` = novi član,
- `fp` = prošli član,
- `fpp` = pretprošli član.

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_1):

	`0`	`1`
	`fp`	`fn`

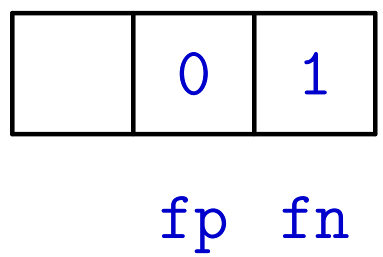
Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_0$, `fn` $= F_1$

	`0`	`1`
	`fp`	`fn`

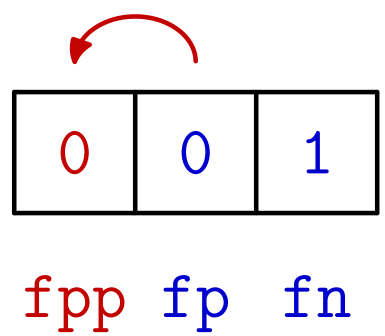
Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_1):



Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_0$



`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_1):

	`0`	`1`
	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_1$

`0`	`1`	`1`
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_2):

0	1	1
fpp	fp	fn

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fn` $= F_0 + F_1 = F_2$

0	1	1
fpp	fp	fn

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_2):

0	1	1
fpp	fp	fn

Što se stvarno zbiva s prozorom: fpp $= F_1$

1	1	1
fpp	fp	fn

```
fpp = fp
```

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_2):

0	1	1
`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_2$

1	1	1
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_3):

0	1	1	2

`fpp fp fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fn` $= F_1 + F_2 = F_3$

1	1	2

`fn = fp + fpp`

`fpp fp fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_3):

0	1	1	2
	`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_2$

1	1	2
`fpp`	`fp`	`fn`

`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_3):

0	1	1	2
	`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_3$

1	2	2
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_4):

0	1	1	2	3
		`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fn` $= F_2 + F_3 = F_4$

1	2	3
`fpp`	`fp`	`fn`

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_4):

0	1	1	2	3
		`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_3$

2	2	3
`fpp`	`fp`	`fn`

`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_4):

0	1	1	2	3

`fpp fp fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_4$

2	3	3

`fp = fn`

`fpp fp fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_5):

0	1	1	2	3	5
			`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: $\texttt{fn} = F_3 + F_4 = F_5$

2	3	5
`fpp`	`fp`	`fn`

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_5):

0	1	1	2	3	5
			`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_4$

3	3	5
`fpp`	`fp`	`fn`

`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_5):

0	1	1	2	3	5
			`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_5$

3	5	5
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda “putuje” nizom (zadnji je F_6):

0	1	1	2	3	5	8
				fpp	fp	fn

Što se stvarno zbiva s prozorom: $\texttt{fn} = F_4 + F_5 = F_6$

3	5	8
fpp	fp	fn

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_6):

0	1	1	2	3	5	8
				`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_5$

5	5	8
`fpp`	`fp`	`fn`

`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_6):

0	1	1	2	3	5	8
				`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_6$

5	8	8
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_7):

0	1	1	2	3	5	8	13
					`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: $\texttt{fn} = F_5 + F_6 = F_7$

5	8	13
`fpp`	`fp`	`fn`

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_7):

0	1	1	2	3	5	8	13
					`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fpp` $= F_6$

8	8	13
`fpp`	`fp`	`fn`

`fpp = fp`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_7):

0	1	1	2	3	5	8	13
					`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fp` $= F_7$

8	13	13
`fpp`	`fp`	`fn`

`fp = fn`

Fibonaccijevi brojevi

Primjer. Napišite iterativni algoritam koji računa Fibonaccijeve brojeve, počevši od $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.

Prozor širine 3 susjeda "putuje" nizom (zadnji je F_8):

0	1	1	2	3	5	8	13	21
						`fpp`	`fp`	`fn`

Što se stvarno zbiva s prozorom: `fn` $= F_6 + F_7 = F_8$

8	13	21
`fpp`	`fp`	`fn`

`fn = fp + fpp`

Fibonaccijevi brojevi petljom (nastavak)

Iterativna (nerekurzivna) verzija funkcije za Fibonaccijeve brojeve (`fib_a.c`).

```
long int fibonacci(int n)
{
    long int f_n, f_p, f_pp;  /* Namjerno NE inic.*/
    int i;

    if (n == 0) return 0;  /* F[0] */
    if (n == 1) return 1;  /* F[1] */

        /* Sad inicijaliziramo prva dva.
           Inicijalizacija odgovara
           stanju za n = 1 (a ne 2). */
```

Fibonaccijevi brojevi petljom (nastavak)

```
    f_p = 0;  /* Prosli F[0] */
    f_n = 1;  /* Ovaj   F[1] */

    for (i = 2; i <= n; ++i) {
        f_pp = f_p;                 /* F[i - 2] */
        f_p  = f_n;                 /* F[i - 1] */
        f_n  = f_p + f_pp;          /* F[i]     */
    }

    return f_n;
}
```

Fibonaccijevi brojevi (kraj)

Ima još puno brži algoritam za računanje F_n,

- složenost mu je $O(\log n)$, a ne $O(n)$,

ali se ne isplati za male n.

Naime, najveći prikazivi Fibonaccijev broj na 32 bita

- u tipu `int` (i u tipu `long int`) je $F_{46} = 1\,836\,311\,903$,
- a u tipu `unsigned` (može i `long`) je $F_{47} = 2\,971\,215\,073$.

Dakle, korektne rezultate dobivamo samo za $n \leq 46$ (ili 47), a tad je dovoljno brz i obični aditivni algoritam.

Usput, najveći prikazivi Fibonaccijev broj na 64 bita

- u tipu `long int` je $F_{92} = 7\,540\,113\,804\,746\,346\,429$,
- u `long unsigned` je $F_{93} = 12\,200\,160\,415\,121\,876\,738$.

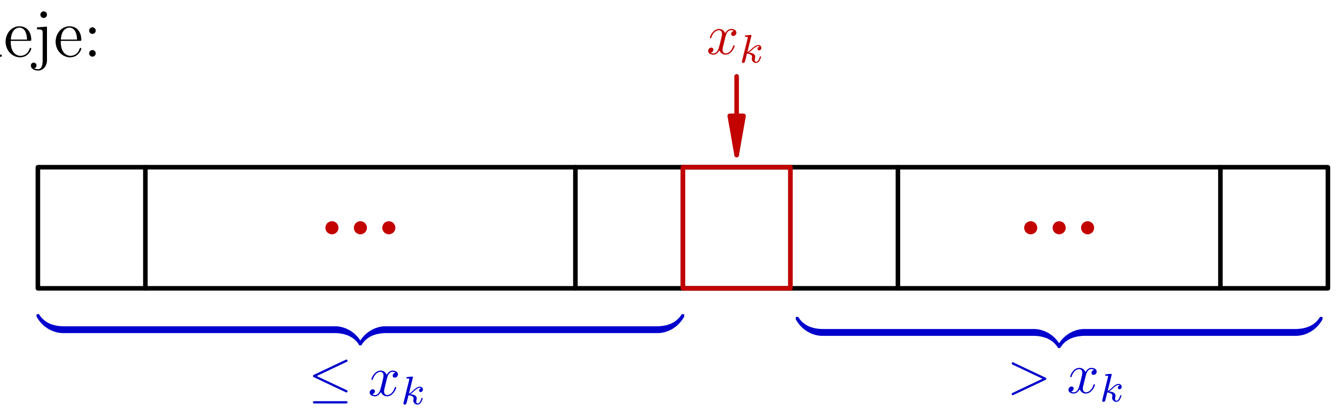
QuickSort algoritam

QuickSort — uvod i skica algoritma

QuickSort se temelji na principu "podijeli, pa vladaj".

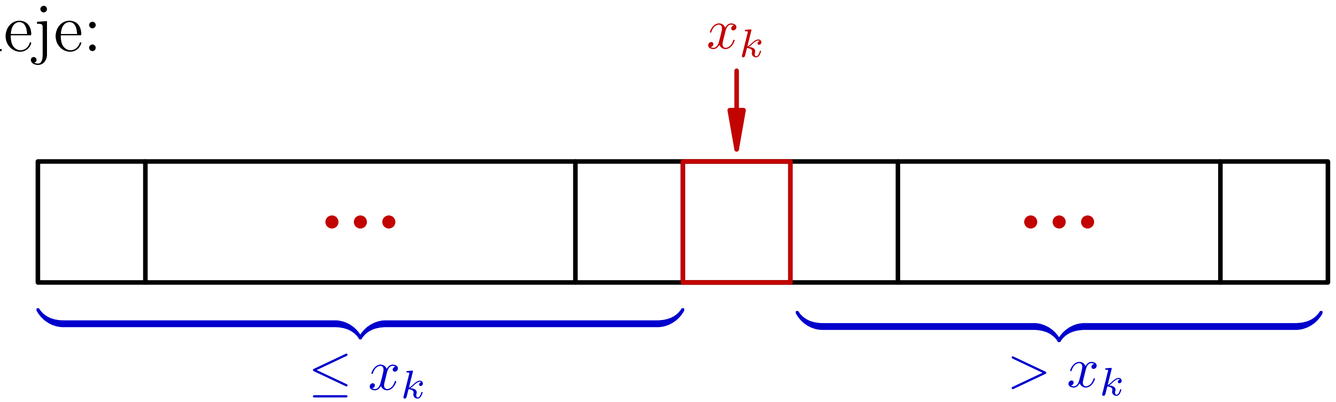
- Uzmemo jedan element x_k iz niza (tzv. ključni element) i dovedemo ga na njegovo pravo mjesto u nizu.
- Lijevo od njega ostavimo elemente koji su manji ili jednaki njemu (u bilo kojem poretku).
- Desno od njega ostavimo elemente koji su veći od njega (u bilo kojem poretku).

Skica ideje:



QuickSort — uvod i skica algoritma (nastavak)

Skica ideje:



"Podijeli, pa vladaj" = sortiraj lijevi i desni podniz (bez x_k).

- Ako smo dobro izabrali, tj. ako je pravo mjesto x_k blizu sredine niza, onda ćemo morati sortirati (rekurzivno)
  - dva manja niza, približno polovične duljine.
- U najgorem slučaju, ako smo izabrali "krivi" x_k — dođe na "rub", morat ćemo sortirati jedan niz duljine $n - 1$.

QuickSort — razrada algoritma

U danom trenutku, rekurzivna funkcija za QuickSort treba sortirati nesređeni dio niza

- između "lijevog" indeksa l i "desnog" indeksa d.

Ta dva indeksa (i polje) su argumenti funkcije.

Posla ima ako i samo ako

- taj dio niza ima barem 2 elementa, tj. ako je $l < d$.

Za tzv. ključni element, najčešće se uzima $k = l$, tj.

- "prvi" element x_l treba dovesti na njegovo pravo mjesto u tom komadu niza.

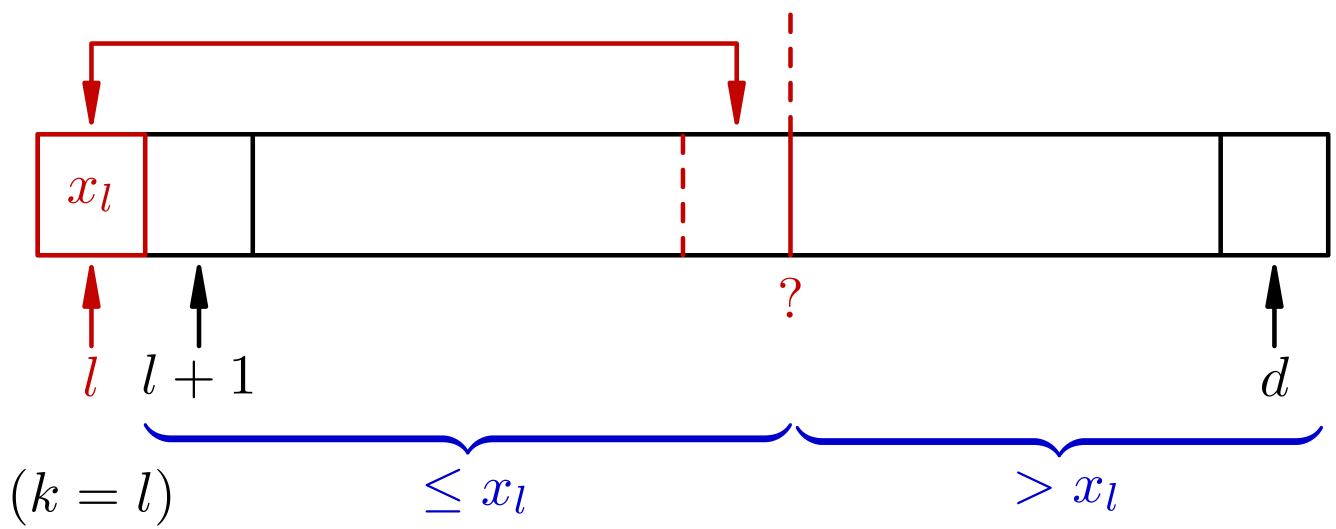
Razlog: element x_l služi kao "branik" na lijevom rubu niza.

QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Dogovor:

- lijevo u nizu (ispred njegove prave pozicije) stavljamo elemente koji su manji ili jednaki x_l,
- desno u nizu (iza njegove prave pozicije) stavljamo elemente koji su strogo veći od x_l.

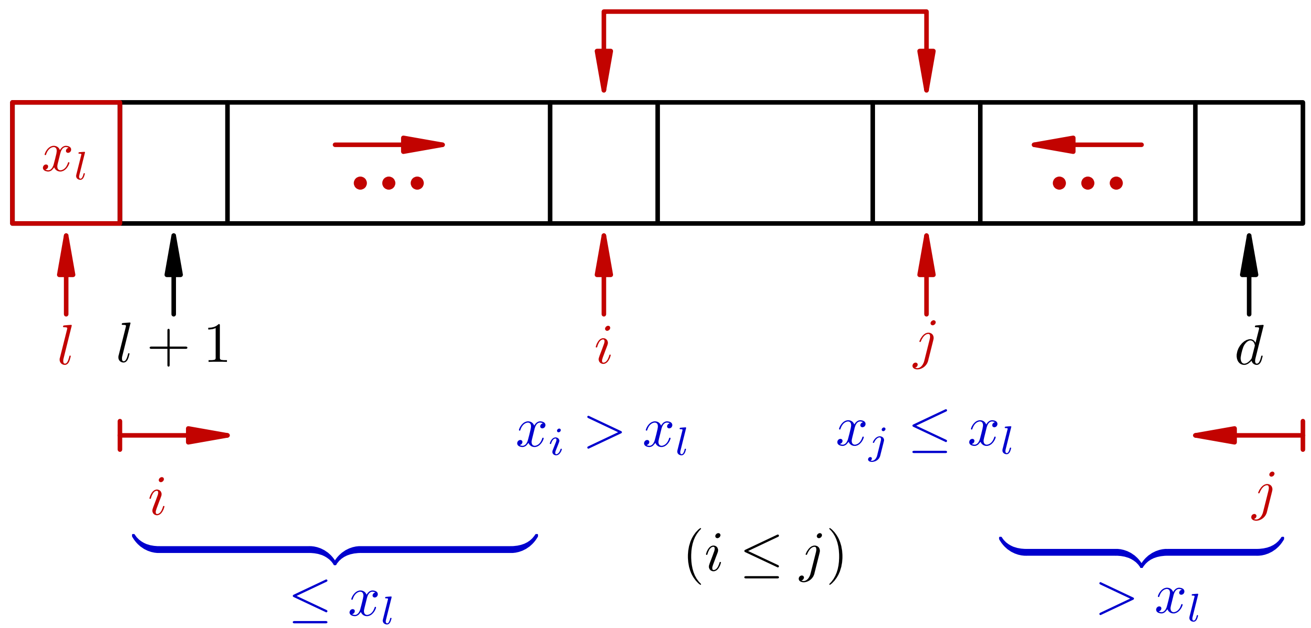
Tada će pravo mjesto elementa x_l biti zadnje u lijevom dijelu.



QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Kako se traži "pravo" mjesto elementa x_l?

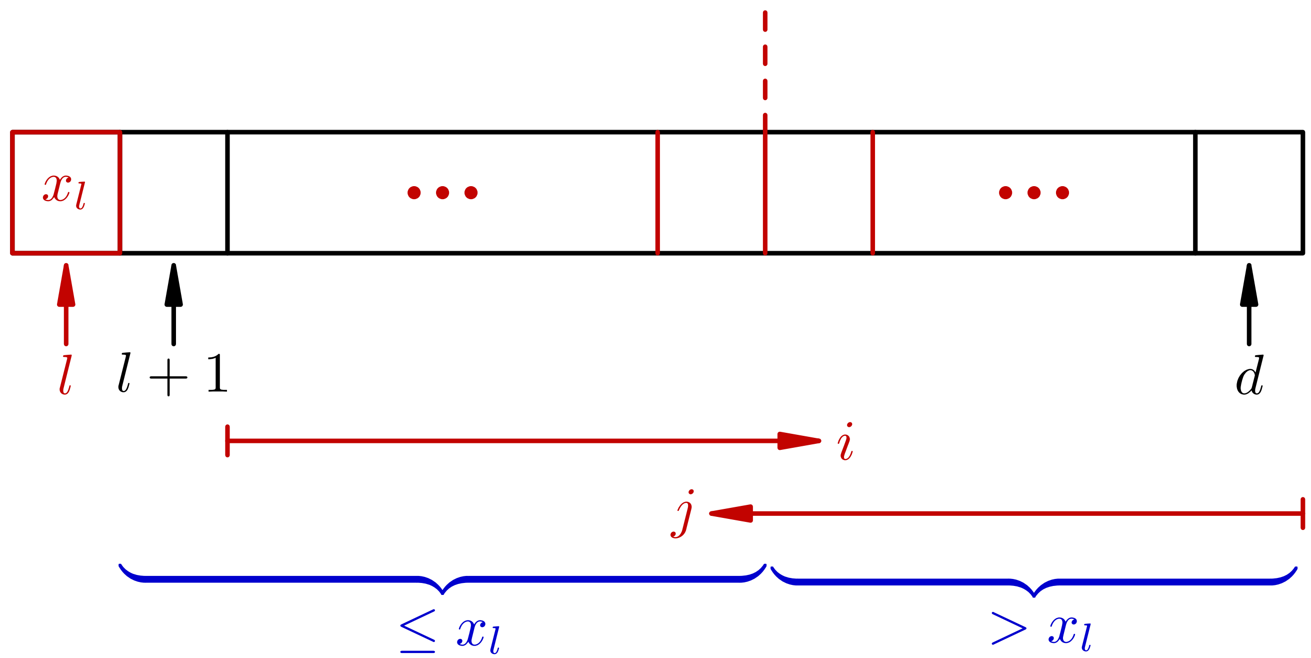
- Dvostranim pretraživanjem po ostatku niza.
- Sa svake strane (lijeve i desne) tražimo prvi sljedeći element koji "ne spada" na tu stranu niza.
- Ako nađemo takav par — zamijenimo im mjesta!



QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Kraj dvostrane pretrage — kad smo gotovi?

- Indeksi i i j moraju se "preklopiti" — stići u obratni poredak $j < i$.
- Pravo mjesto elementa x_l je na indeksu j, pa napravimo zamjenu (ako treba).



QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Algoritam za dvostrano pretraživanje:

```
if (l < d) {
    i = l + 1;
    j = d;

        /* Prolaz mora i za i == j */
    while (i <= j) {
        while (i <= d && x[i] <= x[l]) ++i;
        while (x[j] > x[l]) --j;
        if (i < j) swap(&x[i], &x[j]);
    }
```

Uočiti: S desne strane (po `j`) ne treba provjera `j > l`, jer x_l služi kao "branik" — sigurno prekida petlju za $j = l$.

QuickSort — razrada algoritma (nastavak)

Iza toga treba još:

- dovesti element x_l na njegovo pravo mjesto — indeks tog mjesta je j,
- rekurzivno sortirati lijevi i desni podniz, bez x_j.

```
        if (l < j) swap(&x[j], &x[l]);
        quick_sort(x, l, j - 1);
        quick_sort(x, j + 1, d);
    }    /* Kraj if (l < d). */
```

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

42	12	55	94	18	44	67

Sortiramo cijeli niz $[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]$.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

42	12	55	94	18	44	67

`l = 0` `d = 6`

`i = 1` `j = 6`

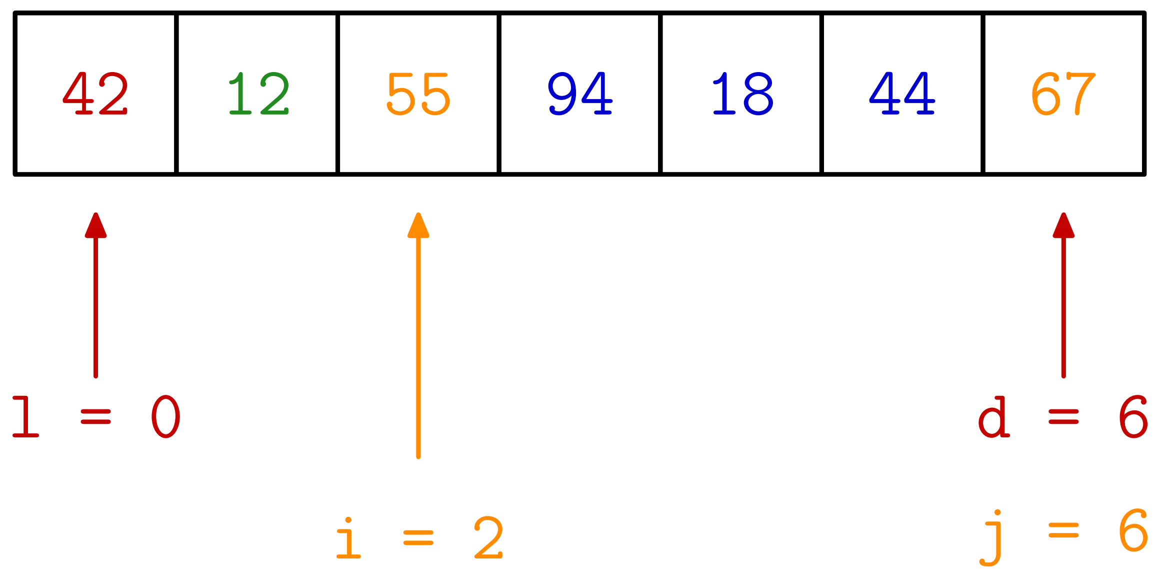
Prvi element 42 je ključni element.

Početak dvostrane pretrage. Krećemo s lijeve strane.

12 je na dobroj strani (≤ 42) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



55 je na krivoj strani (> 42) — stop s lijeve strane.

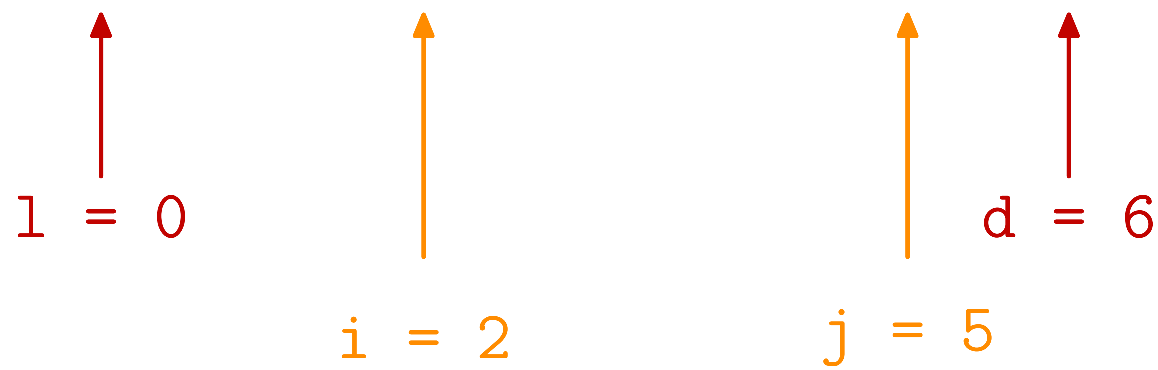
Krećemo s desne strane.

67 je na dobroj strani (> 42) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

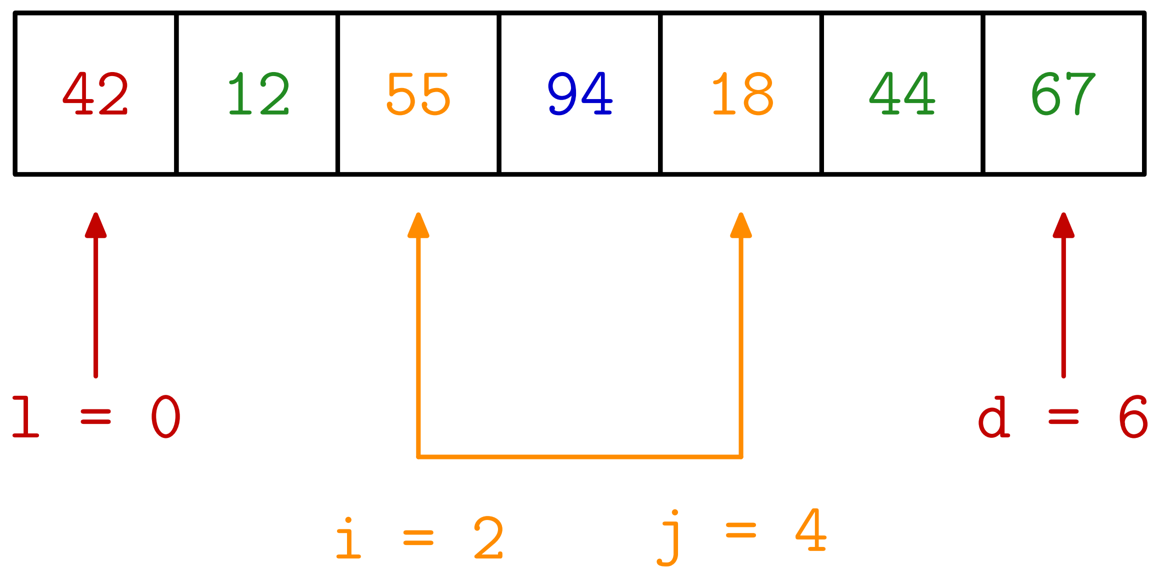
42	12	55	94	18	44	67



44 je na dobroj strani (> 42) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



18 je na krivoj strani (≤ 42) — stop s desne strane.

$i < j \implies$ zamjena para elemenata na krivim stranama.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

42	12	18	94	55	44	67

`l = 0` `i = 3` `d = 6`

`j = 4`

Nastavak dvostrane pretrage s lijeve strane.

94 je na krivoj strani (> 42) — stop s lijeve strane.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

42	12	18	94	55	44	67

`l = 0` `i = 3` `d = 6`

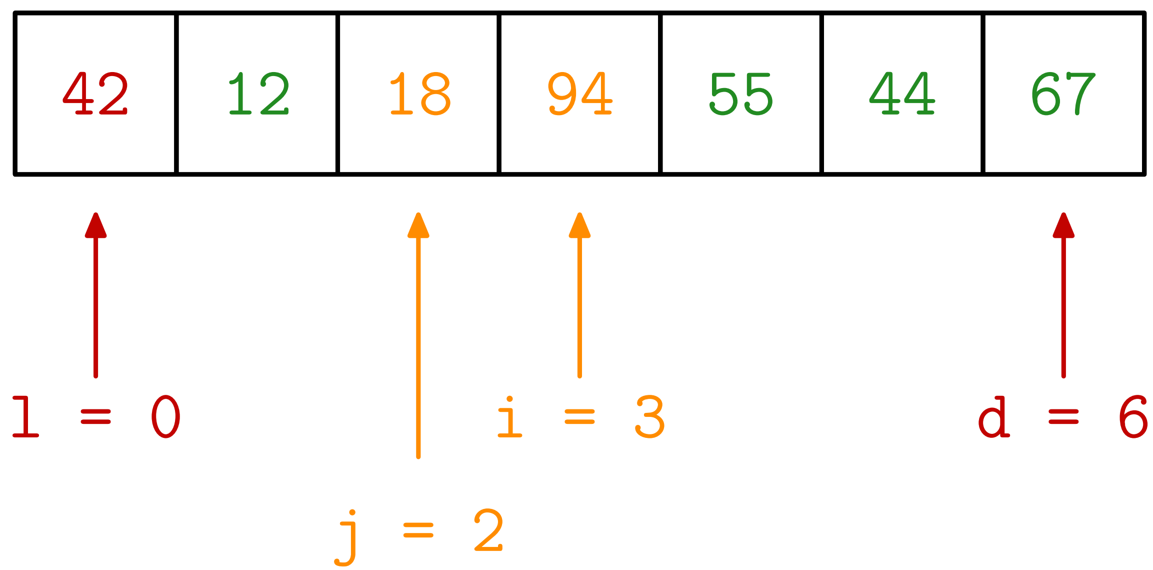
`j = 3`

Nastavak dvostrane pretrage s desne strane.

94 je na dobroj strani (> 42) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

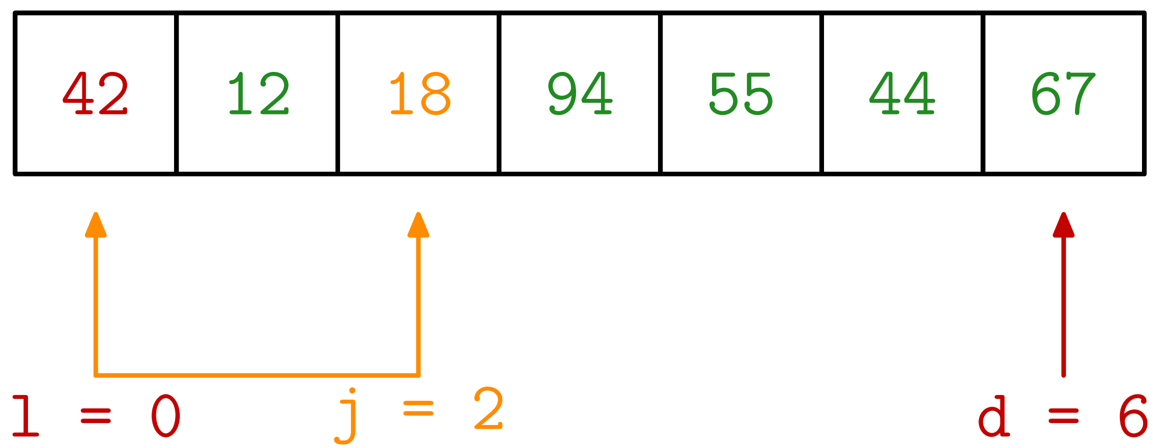


18 je na krivoj strani (≤ 42) — stop s desne strane.

$j < i \implies$ nema zamjene, kraj dvostrane pretrage.

QuickSort — primjer

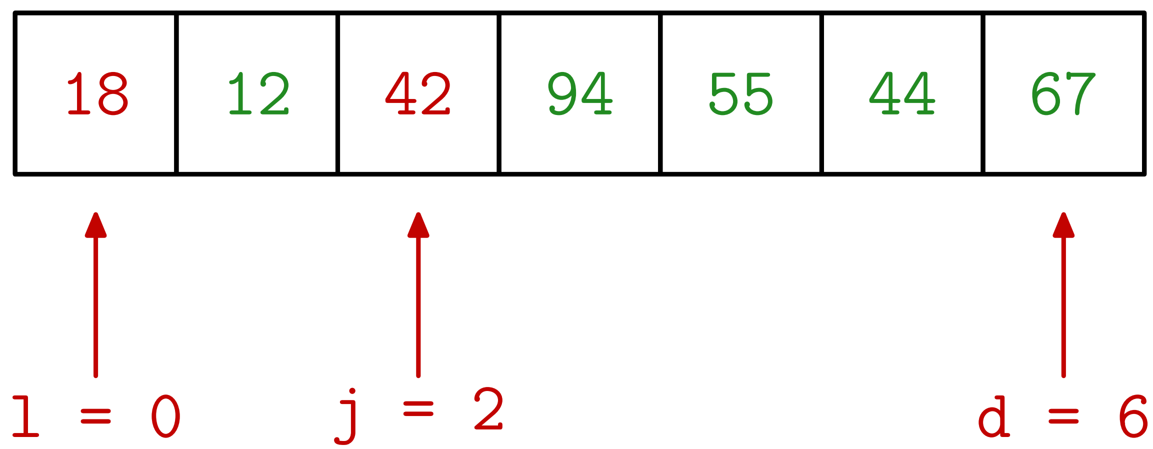
Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



$l < j \implies$ zamjena x_l i x_j.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



Pravo mjesto za 42 je x_2.

Preostaje još rekurzivno sortirati dva manja podniza:
lijevi $[x_0, x_1]$ i desni $[x_3, x_4, x_5, x_6]$.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

18	12	42	94	55	44	67

d = 1 l = 3 d = 6

l = 0

i = 1

j = 1

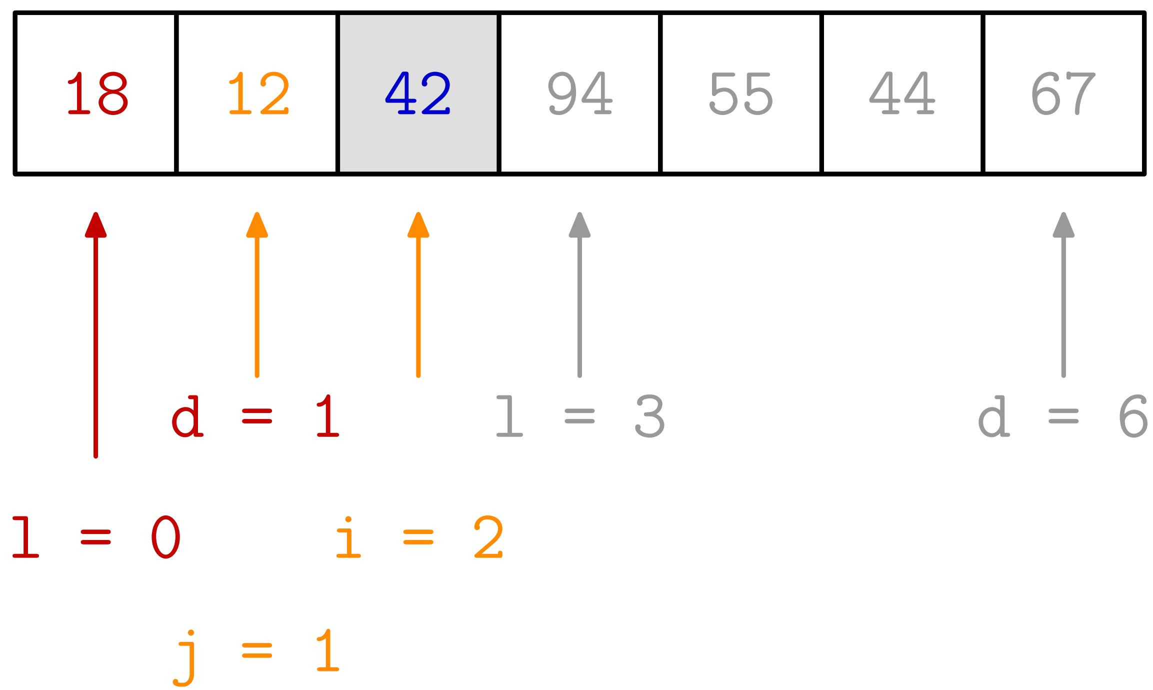
Sortiramo $[x_0, x_1]$. 18 je ključni element.

Početak dvostrane pretrage. Krećemo s lijeve strane.

12 je na dobroj strani (≤ 18) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



$i > d$ — stop s lijeve strane. Krećemo s desne strane.

12 je na krivoj strani (≤ 18) — stop s desne strane.

$j < i \implies$ nema zamjene, kraj dvostrane pretrage.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

18	12	42	94	55	44	67

`d = 1` `l = 3` `d = 6`

`l = 0`

`j = 1`

$l < j \implies$ zamjena x_l i x_j. Pravo mjesto za 18 je x_1.

Lijevi podniz je $[x_0]$, a desni je prazan — oba rekurzivna poziva se odmah vrate, jer nema posla. Gotovi s $[x_0, x_1]$.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67

`l = 3` `d = 6`

`i = 4` `j = 6`

Sortiramo $[x_3, x_4, x_5, x_6]$. 94 je ključni element.

Početak dvostrane pretrage. Krećemo s lijeve strane.

55 je na dobroj strani (≤ 94) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67

`l = 3` `d = 6`

`j = 6`

`i = 5`

44 je na dobroj strani (≤ 94) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67

`l = 3`

`d = 6`

`j = 6`

`i = 6`

67 je na dobroj strani (≤ 94) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67

`l = 3` `d = 6`

`j = 6`

`i = 7`

$i > d$ — stop s lijeve strane. Krećemo s desne strane.

67 je na krivoj strani (≤ 94) — stop s desne strane.

$j < i \implies$ nema zamjene, kraj dvostrane pretrage.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	94	55	44	67

`l = 3` `d = 6`

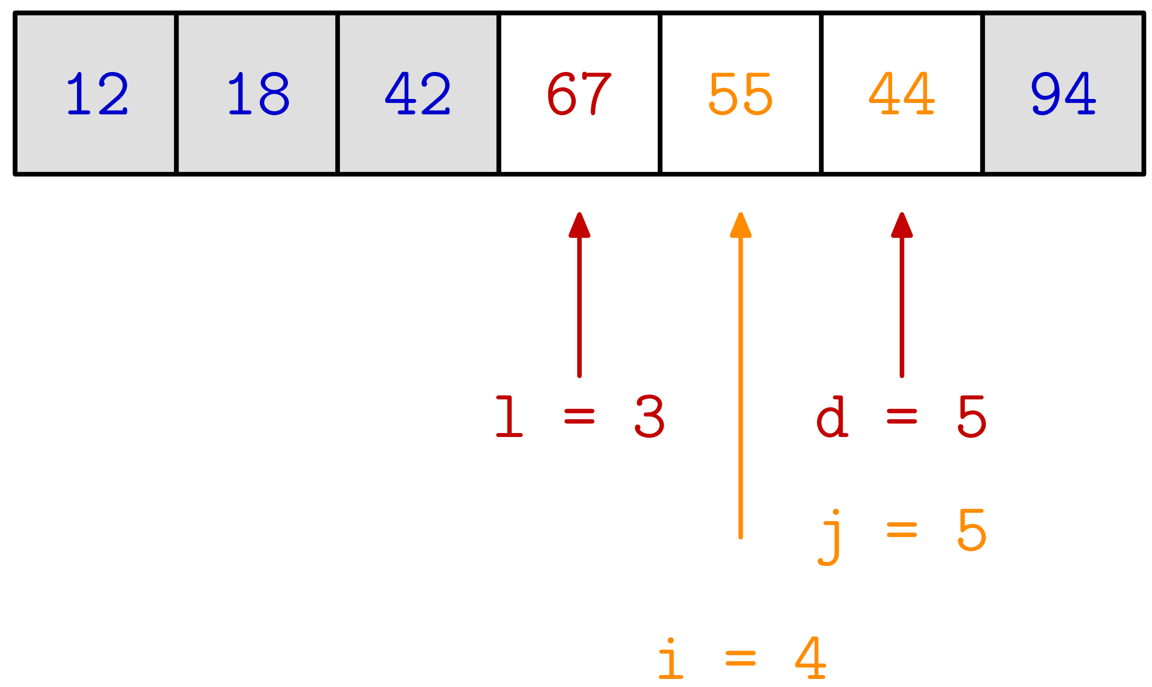
`j = 6`

$l < j \implies$ zamjena x_l i x_j. Pravo mjesto za 94 je x_6.

Lijevi podniz je $[x_3, x_4, x_5]$, a desni je prazan.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



Sortiramo $[x_3, x_4, x_5]$. 67 je ključni element.

Početak dvostrane pretrage. Krećemo s lijeve strane.

55 je na dobroj strani (≤ 67) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94

`l = 3`   `d = 5`

`j = 5`

`i = 5`

44 je na dobroj strani (≤ 67) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94

`l = 3` `d = 5`

`j = 5`

`i = 6`

$i > d$ — stop s lijeve strane. Krećemo s desne strane.

44 je na krivoj strani (≤ 67) — stop s desne strane.

$j < i \implies$ nema zamjene, kraj dvostrane pretrage.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	67	55	44	94

`l = 3`   `d = 5`

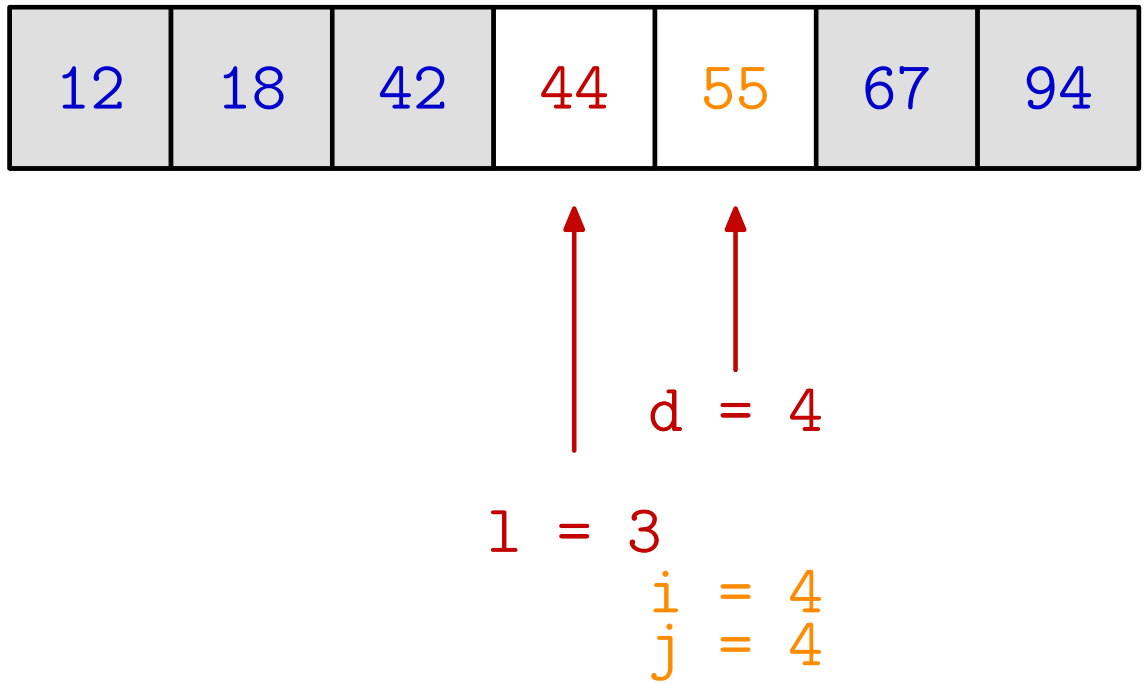
`j = 5`

$l < j \implies$ zamjena x_l i x_j. Pravo mjesto za 67 je x_5.

Lijevi podniz je $[x_3, x_4]$, a desni je prazan.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.



Sortiramo $[x_3, x_4]$. 44 je ključni element.

Slijeva: 55 je na krivoj strani (> 44) — stop s lijeve strane.

Zdesna: 55 je na dobroj strani (> 44) — idemo dalje.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	44	55	67	94

d = 4

l = 3

i = 4

j = 3

44 je na krivoj strani (≤ 44) — stop s desne strane (branik).

$j < i \implies$ nema zamjene, kraj dvostrane pretrage.

$l = j \implies$ nema zamjene x_l i x_j. Pravo mjesto za 44 je x_3.

Lijevi podniz je prazan, a desni je $[x_4]$ — nema posla, gotovo.

QuickSort — primjer

Primjer. Quicksort algoritmom sortirajte zadano polje.

12	18	42	44	55	67	94

QuickSort — složenost

Za složenost vrijedi:

- prosječna složenost je $O(n \log_2 n)$, za slučajne dobro razbacane nizove,
- složenost u najgorem slučaju je $O(n^2)$, za već sortirani i naopako sortirani niz.

Autor QuickSort-a je C. A. R. Hoare, 1962. godine.

U nastavku je dan cijeli program (`qsort_1.c`).

QuickSort — funkcija `swap`

```
#include <stdio.h>

  /* Sortiranje QuickSort algoritmom.
     Prvi element x[l] je kljucni element
     i dovodimo ga na pravo mjesto u polju. */

void swap(int *a, int *b)
{
    int temp;
    temp = *a;
    *a = *b;
    *b = temp;
    return;
}
```

QuickSort — funkcija `quick_sort`

```
void quick_sort(int x[], int l, int d)
{
    int i, j;

    if (l < d) {
        i = l + 1;
        j = d;

            /* Prolaz mora i za i == j */
        while (i <= j) {
            while (i <= d && x[i] <= x[l]) ++i;
            while (x[j] > x[l]) --j;
            if (i < j) swap(&x[i], &x[j]);
        }
```

QuickSort — funkcija `quick_sort` (nastavak)

```
        if (l < j) swap(&x[j], &x[l]);
        quick_sort(x, l, j - 1);
        quick_sort(x, j + 1, d);
    }

    return;
}
```

QuickSort — glavni program

```
int main(void) {
    int i, n;
    int x[] = {42, 12, 55, 94, 18, 44, 67};

    n = 7;
    quick_sort(x, 0, n - 1);

    printf("\n Sortirano polje x:\n");
    for (i = 0; i < n; ++i) {
        printf(" x[%d] = %d\n", i, x[i]);
    }
    return 0;
}
```

QuickSort — poboljšanja

Poboljšanja "našeg" jednostavnog algoritma:

- Za $n = 2, 3$ — sort izravno, provjerom zamjena.

Ako je duljina polja $n > 3$, onda za ključni element

- uzmi "srednjeg" od neka 3 elementa (ubrzanje oko 30%).

Kontrola "dubine" rekurzije:

- Odmah obradi kraće od preostala dva polja,
- a dulje polje ide na tzv. programski stog (engl. stack).

Ima još raznih "trikova", pa se nemojte čuditi da je tako "ispeglani" QuickSort iz neke programske biblioteke

- puno brži od "našeg" algoritma!

Sortiranje i pretraživanje u standardnoj biblioteci

U standardnoj C biblioteci — datoteka zaglavlja `<stdlib.h>`, postoje i sljedeće dvije funkcije:

- `qsort` — QuickSort algoritam za općenito sortiranje niza podataka,
- `bsearch` — Binarno traženje zadanog podatka u sortiranom nizu.

U ovim funkcijama moramo sami zadati

- funkciju za uspoređivanje podataka u nizu.

O njima će biti više riječi na zadnjem predavanju, kad naučimo još neke potrebne stvari o pokazivačima. Na primjer,

- kako se jedna funkcija šalje drugoj funkciji kao argument.

Funkcije `qsort` *i* `bsearch`

Prototip funkcije `qsort` za sortiranje niza:

```
void qsort(void *base, size_t n, size_t size,
        int (*comp) (const void *, const void *));
```

Prototip funkcije `bsearch` za binarno traženje zadanog podatka u sortiranom nizu:

```
void *bsearch(const void *key, const void *base,
        size_t n, size_t size,
        int (*comp) (const void *, const void *));
```

Vraća pokazivač na nađeni podatak (ako ga ima), ili `NULL`.

Zadnji argument u obje funkcije je pokazivač na funkciju za uspoređivanje članova niza.

Usporedba algoritama sortiranja (Intel C)

Vrijeme (u s) za sortiranje polja s $n = 10^5$ (10^6) elemenata:

Algoritam	Slučajno	Uzlazno	Silazno
`min_1`	1.763	1.766	1.765
`min_2`	1.758	1.755	1.861
`max_1`	1.422	1.425	1.423
`max_2`	1.424	1.425	1.428
`bubble_1`	12.064	2.154	5.367
`bubble_2`	11.952	0.000	5.361
`ins_1`	1.212	0.000	2.431
`ins_1a`	1.191	0.000	2.383
$\longrightarrow$ `qs_p2_1`	0.101	2.528	2.295
$\longrightarrow$ `qs_std`	0.174	0.005	0.005