Rekurzivne funkcije

nastavak

Primjer:

```
int f(unsigned n)
{
    if (n == 0) return 2;
    else return f(--n);  /* f(n--) */
}

int main(void)
{
    printf("%d\n", f(4));;

    return 0;
}
```

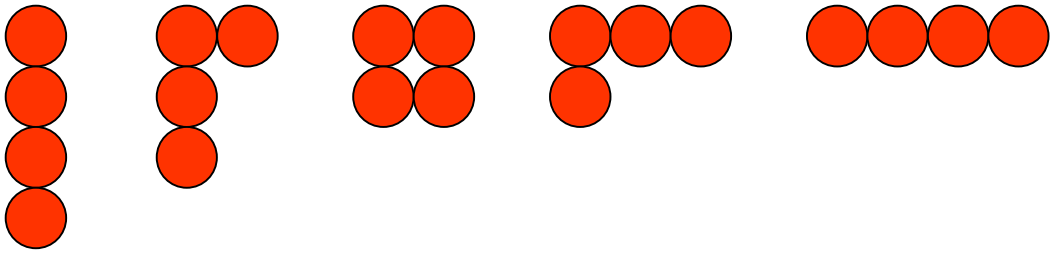
Broj particija (rastava) broja n

n = 4	n = 5
4	5
1 + 3	1 + 4
2 + 2	2 + 3
1 + 1 + 2	1 + 1 + 3
1 + 1 + 1 + 1	1 + 2 + 2
-	1 + 1 + 1 + 2
-	1 + 1 + 1 + 1 + 1
p(4) = 5	p(5) = 7

/*
Program učitava prirodni broj n i ispisuje broj particija broja n, tj. broj rastava broja n u sumu nepadajućih prirodnih brojeva.

Osnovni rekurzivni algoritam zbrajanjem.
*/

Broj rastava broja n (2)



4 3 + 1 2 + 2 2 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 1

$(1+x+x^2+x^3+x^4+\ldots)\,(1+x^2+x^4+\ldots)\,(1+x^3+x^6+\ldots)\,(1+x^4+\ldots)\ldots =$

$\ldots\ p(4)x^4+\ldots$

$p(100) = 190\ 569\ 292$

Funkcija particije

```
#include <stdio.h>

int particije(int suma, int prvi)
{
   int i, broj = 0;

   if (suma == 0) return 1;
   /* else */
   for (i = prvi; i <= suma; ++i)
      /* Rekurzivni poziv - dodavanje sljedećeg pribrojnika */
      broj += particije(suma - i, i ) ;
   return broj;
}
```

Funkcija `main`

```
int main(void)
{
   int n;

   printf(" Upiši prirodni broj n: ");
   scanf("%d", &n);

   printf("\n Broj particija p(%d) = %d.\n",
        n, particije(n, 1) );

   return 0;
}
```

Pozivi funkcije

Upiši prirodni broj n: 4

suma - i = 3, i = 1
suma - i = 2, i = 1
suma - i = 1, i = 1
suma - i = 0, i = 1
suma - i = 0, i = 2
suma - i = 1, i = 2
suma - i = 0, i = 3
suma - i = 2, i = 2
suma - i = 0, i = 2
suma - i = 1, i = 3
suma - i = 0, i = 4

```
for (i = prvi; i <= suma; ++i)
{
    printf(" suma - i = %d, i = %d\n", suma - i, i);
    broj += particije( suma - i, i ) ;
}
```

Broj particija p(4) = 5.

Hanojski tornjevi

- Problem: Na štapu `S` (izvor, *source*) naslagano je `n` diskova različite veličine tako da veći disk nikada ne dolazi iznad manjeg.
  Potrebno je, koristeći treći štap `T` (pomoćni, *temp*), uz minimalni broj operacija, preseliti sve diskove na štap `D` (odredište, *destination*), jedan po jedan. Pri tome se svaki disk smije postaviti ili na prazan štap ili na disk veći od njega.
- Animacija:
  https://www.mathsisfun.com/games/towerofhanoi.html

Algoritam

Preseliti (uz zadana ograničenja):

- `n-1` disk sa štapa `S` na štap `T` koristeći štap `D` kao pomoćni;
- najveći disk sa štapa `S` na štap `D`;
- `n-1` disk sa štapa `T` na štap `D` koristeći štap `S` kao pomoćni.

- Neka je a_n ukupni broj koraka (preseljenja). Tada je

  $a_1 = 1$, /* $a_0 = 0$ */

  $a_n = a_{n-1} + 1 + a_{n-1} = 2a_{n-1} + 1, n \geq 2.$

Funkcija `hanojski_tornjevi`

```
/* Funkcija vraća ukupni broj koraka. */

int hanojski_tornjevi(int n, char s, char d, char t)
{
   if (n == 1) return 1;
   else return
        hanojski_tornjevi(n - 1, s, t, d) +
        hanojski_tornjevi(1, s, d, t) +
        hanojski_tornjevi(n - 1, t, d, s);
}
```

Funkcija `hanojski_tornjevi` (2)

- Ukoliko oznake štapova nisu argumenti funkcije, tada rekurziju za ukupni broj koraka možemo jednostavnije zapisati na sljedeći način:

```
int hanojski_tornjevi(int n)
{
   if (n == 1) return 1;
   else return 2 * hanojski_tornjevi(n - 1) + 1;
}
```