Programiranje 1

Funkcije, primjeri, rekurzivne funkcije, zadaci o funkcijama

Matej Mihelčić

Prirodoslovno-matematički fakultet
Matematički odsjek

22. prosinca 2022.

Definicija funkcije

Funkcija je programska cjelina koja:

- **uzima** neke **ulazne podatke**,
- **izvršava** određeni **niz naredbi**,
- **vraća rezultat** svog izvršavanja na mjesto poziva.

Funkcija u *C*-u je slična matematičkoj funkciji, ima **domenu**, **kodomenu** i **pravilo**.

Definicija funkcije ima oblik:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,..., tip_n arg_n)
{
    tijelo funkcije
}
```

Definicija funkcije

Opis pojedinih **dijelova** definicije funkcije:

- `tip_podatka` je **tip podatka** koji će funkcija **vratiti** kao **rezultat** svog izvršavanja (opis **kodomene** funkcije).
- `ime_funkcije` je identifikator.
- **Unutar oblih** zagrada, **iza** imena funkcije, nalazi se **deklaracija formalnih argumenata** funkcije (ukoliko postoje). Prvi argument `arg_1` je **lokalna** varijabla **tipa** `tip_1`, ..., *n*-ti argument `arg_n` je **lokalna** varijabla **tipa** `tip_n`.
  Formalni argumenti opisuju domenu funkcije.
- Deklaracije pojedinih argumenata međusobno se **odvajaju zarezom** (**ne radi se** o zarez operatoru). **Prvi** dio **definicije** funkcije (**ispred** tijela) se još zove i **zaglavlje funkcije**:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,..., tip_n arg_n)
```

Definicija funkcije

Oble zagrade () **moraju** se napisati čak i kad **nema** argumenata jer signaliziraju da je riječ o **funkciji**.

Na **kraju definicije**, iza zaglavlja, nalazi se **tijelo funkcije**.

Tijelo funkcije piše se unutar **vitičastih zagrada** i ima strukturu **bloka**, odnosno **složene naredbe**.

Tijelo funkcije

Svaki **blok** ili **složena naredba** u programu se sastoji od **deklaracija objekata** (varijabli, tipova) i **izvršnih naredbi**, koje se izvršavaju **ulaskom** u blok.

Tijelo funkcije (koje je ujedno i blok) se počinje izvršavati **pozivom** funkcije.

Za proizvoljan blok vrijede sljedeća **pravila** o **redoslijedu deklaracija** i **izvršnih naredbi**:

- Po standardu `C90` **deklaracije svih** objekata moraju **prethoditi prvoj izvršnoj naredbi**.
- Standard `C99` dozvoljava **deklaracije** objekata **bilo gdje** u bloku, ali **prije prvog korištenja** objekta.

Formalni argumenti kao varijable

Formalni argumenti $arg\_1, \ldots, arg\_n$ deklarirani u **zaglavlju**

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1,..., tip_n arg_n)
```

deklaracijom postaju **lokalne varijable** u toj funkciji. Lokalne varijable se smiju normalno koristiti, ali lokalno (unutar tijela funkcije).

Za razliku od ostalih lokalnih varijabli, **formalni** argumenti dobivaju **vrijednost** prilikom **poziva** funkcije iz **stvarnih** argumenata navedenih u pozivu.

Slično zadavanju **točke** u kojoj računamo **vrijednost** funkcije.

Formalni argumenti kao varijable

Primjer: pišemo **algoritam** za računanje **vrijednosti** $sin(x)$ u proizvoljnoj zadanoj točki x. Algoritam možemo realizirati kao funkciju s imenom `sin`, kojoj će **zadana** vrijednost x biti **formalni** argument, a cijeli postupak pišemo u terminima te **varijable** x, bez obzira na **stvarnu** vrijednost te varijable.

Kod poziva funkcije `sin`, moramo zadati konkretnu vrijednost za x u kojoj želimo izračunati **vrijednost** funkcije. Ta vrijednost u pozivu je **stvarni** argument. Na primjer, u pozivu $sin(2.35)$, stvarni argument je 2.35.

Povratna vrijednost funkcije

Funkcija kao povratni tip (`tip_podatka`) može vratiti: **aritmetički tip**, **strukturu**, **uniju** ili **pokazivač**, ali **ne može** vratiti **drugu funkciju** ili **polje**. Funkcija može vratiti **pokazivač** na **funkciju** ili na **polje** (prvi element polja).

Ukoliko `tip_podatka` nije naveden (dozvoljeno) pretpostavlja se da funkcija vraća podatak tipa `int`. Ova funkcionalnost postoji zbog **kompatibilnosti** s **prastarim** `C` programima (prije `ANSI/ISO` standarda).

Naredba `return`

Funkcija **vraća rezultat** svog izvršavanja naredbom **return**. Opći oblik te naredbe je `return izraz;` **Izraz** se **može, ali ne mora** staviti u **oble** zagrade.

Ako je **tip vrijednosti** izraza u naredbi **return različit** od **tipa podataka** koji funkcija vraća, **vrijednost** izraza bit će **pretvorena** u `tip_podatka`. Naredba `return` **završava** izvršavanje funkcije.

Izvršavanje programa **nastavlja** se na poziciji **poziva** funkcije a **vraćena vrijednost** (ako postoji) se **uvrštava umjesto poziva** funkcije.

```
1 double y, phi, r;
2 ...
3 r = 4.23;
4 phi = 2.2;//trigonometrijske funkcije se
5 y = r*sin(phi);//nalaze u <math.h>
```

Korištenje povratne vrijednosti

Ako funkcija **vraća** neku **vrijednost**, povratna **vrijednost** se **ne mora** iskoristiti na mjestu **poziva** već se može **odbaciti**.

Primjer: standardne funkcije `scanf` i `printf` također **vraćaju** neku **vrijednost** iako se njihova povratna vrijednost uobičajeno **odbacuje**. Npr. `scanf("%d", &n); printf(" n = %d\n", n);`

Ako nam trebaju **vraćene** vrijednosti, možemo koristiti:

```
procitano = scanf("%d",&n);
napisano = printf(" n = %d\n",n);
```

Primjer funkcije

Primjer: navedena funkcija **pretvara mala** slova **engleske** abecede u **velika**. Ostale znakove **ne** mijenja.

- Postoji **jedan formalni** argument (c) **tipa** `char`.
- **Vraćena** vrijednost je **tipa char**.
- **Ime funkcije** je `malo_u_veliko`.

```
1 char malo_u_veliko(char c)
2  {
3     char znak;
4     znak = ('a' <= c && c<= 'z') ?
5            ('A' + c - 'a') : c;
6     return znak;
7  }
```

Objašnjenje algoritma

Algoritam: najjednostavniji algoritam bi imao uvjet i pretvorbu za svaki znak (`znak-po-znak`). Međutim, postoji bolji način za implementaciju navedenog algoritma.

Za sve standardne kodove znakova (npr. `ASCII`) u **tipu** `char` vrijedi:

- **Mala** slova engleske abecede su raspoređena u **nizu** (**jedno za drugim**): 'a','b',...,'z'.
- Pripadni kodovi **rastu** za vrijednost **jedan** počev od 'a'.
- **Isto** vrijedi i za **velika** slova: 'A', 'B', ..., 'Z'.

Koristimo činjenicu da je **tip** `char` **cjelobrojni** tip pa postoji **uspoređivanje** i **aritmetika** znakova. Zato provjeru *je li c malo slovo* radimo **usporedbom** znakova: `'a'≤c && c≤ 'z'`.

Objašnjenje algoritma

Odgovarajuće malo slovo (c) i **veliko** slovo (znak) moraju biti **jednako pomaknuti** u odnosu na odgovarajuće **početno** slovo, 'a', odnosno 'A'.

Pomake realiziramo koristeći **aritmetiku** znakova.

- Pomak malog slova c od slova 'a'= c - 'a'.
- Pomak velikog slova znak od slova 'A' = znak - 'A'.
- Izjednačavanjem slijedi: znak - 'A' = c - 'a', odnosno znak = 'A'+c-'a'.

Prednosti ovakvog pristupa:

- **Nije** bitno jesu li **velika** slova **ispred malih** ili **obratno**.
- **Ne moramo** znati pripadne **kodove** znakova.

Poziv funkcije

Funkcija se **poziva** navođenjem: a) **imena** funkcije, b) **liste** (popisa) **stvarnih argumenata** u **zagradama**.

Primjer: **poziv** funkcije `malo_u_veliko` se može realizirati kao: `veliko = malo_u_veliko(slovo);` Varijabla **slovo** je jedini **stvarni** argument u **pozivu** funkcije.
Trenutna vrijednost te varijable se **prenosi** u funkciju kao **početna** vrijednost **formalnog** argumenta *c*.

```
1  int main(void)// glavni program
2   {//s pozivom funkcije malo_u_veliko
3     char malo, veliko;
4     printf("Unesite␣malo␣slovo:␣");
5     scanf("%c",&malo);
6     veliko = malo_u_veliko(malo);
7     printf("\n␣Veliko␣slovo␣=␣%c\n",veliko);
8     return 0; }//za ulaz: d, dobijemo izlaz: D.
```

Poziv funkcije

Stvarni argument funkcije je općenito **izraz**. **Prvo** se **računa** vrijednost tog izraza a **zatim** se ta vrijednost **prenosi** u funkciju (dodjeljuje **formalnom** argumentu).

Primjer: **poziv** trigonometrijske funkcije `sin(2*x+y)`.
Primjer: **pozivi** funkcije `malo_u_veliko`:

- `veliko = malo_u_veliko('a'+3);`
- `veliko = malo_u_veliko(veliko + 3);`

Rezultati: D i G.
U **drugom** pozivu **nema** pretvaranja u veliko slovo.

Varijante zapisa funkcije

Funkciju `malo_u_veliko` možemo napisati na **razne** načine. Jedan način je da cijeli **uvjetni** izraz zapišemo u sklopu `return` naredbe. Varijabla **znak** nam tada **ne treba**.

```
1 char malo_u_veliko(char c)
2  {
3    return ('a' <= c && c <= 'z') ?
4           ('A' + c - 'a'): c;
5  }
```

Mogu se ispustiti i **oble** zagrade (niski prioritet uvjetnog operatora). Funkcija `malo_u_veliko` radi **isto** što i standardna funkcija `toupper` iz `<ctype.h>`. U toj datoteci **zaglavlja** postoji niz funcija za testiranje **znakova**.

Višestruke `return` naredbe

Ako se programski tok **grana unutar** funkcije, onda smijemo imati **više return** naredbi **unutar iste** funkcije.

Primjer: funkcija koja pretvara **mala** u **velika** slova, napisana `if-else` naredbom.

```
1 char malo_u_veliko(char c)
2  {
3    if ('a' <= c && c <= 'z')
4        return ('A' + c - 'a');
5    else return c;
6  }
```

Funkcija bez rezultata - tip void

Ako funkcija **ne vraća** nikakvu **vrijednost**, onda se za **tip vraćene vrijednosti** koristi **ključna** riječ `void` (*prazan*).

Ispis maksimalnog od dva cijela broja.

```
1 void ispisi_max(int x, int y)
2 {
3     int max;
4     max = (x>=y) ? x : y;
5     printf(" Maksimalna vrijednost = %d\n", max);
6     return;
7 }
```

Naredba `return` **nema izraz**. Ako je na **kraju** funkcije, može se **izostaviti**. Može se **zadržati** radi **preglednosti**.

Kod **poziva** funkcija bez rezultata **povratna vrijednost** se **ne smije koristiti** na mjestu **poziva** (trebalo bi doći i do **greške** pri prevođenju).

Funkcija bez argumenata

Definicija funkcije bez parametara.

```
tip_podataka ime_funkcije(void)
{
   tijelo funkcije
}
```

Ključna riječ `void` (**unutar** zagrada) označava da funkcija **ne prima argumente**.

Napomena: funkcije bez argumenata **nisu** besmislene. Osim što se glavna funkcija `main` može pozvati bez argumenata, standardna funkcija `getchar` za čitanje `jednog znaka` (sa standardnog ulaza) **nema** argumenata.

Poziv funkcije bez argumenata.

```
varijabla = ime_funkcije();
```

Zagrade () su **obavezne** - omogućavaju detekciju funkcije.

Deklaracija funkcije

Do sada smo **odvojeno** pisali **funkciju** i **glavni** program (**main**) u kojem se **poziva** funkcija. U nastavku definiramo **redoslijed pisanja funkcija** u programu.

Svaka bi funkcja **prije** prvog **poziva** u programu **trebala** biti **deklarirana** navođenjem **prototipa**. Mogućnost da se deklaracija ne navede je ostavljena zbog **kompatibilnosti** sa **starim** *C* programima. Mi ćemo **obavezno** deklarirati funkciju **prije poziva** u programu.

Svrha **deklaracije** (**prototipa**) je **kontrola** ispravnosti svih **poziva** funkcije prilikom **prevođenja** programa. **Deklaracija** informira prevoditelj o:

- **imenu** funkcije,
- **broju** i **tipu** argumenata,
- **tipu vrijednosti** kojeg funkcija **vraća**

Definicija funkcije kao deklaracija

Ako je funkcija **definirana u istoj datoteci** u kojoj se **poziva**, **prije** prvog **poziva** te funkcije, onda **definicija** služi i kao **deklaracija** - **posebna** deklaracija **nije potrebna**.

U **ostalim** slučajevima funkcija se **mora** posebno **deklarirati**. Slučaj u kojem je funkcija definirana u drugoj datoteci ostavljamo za kolegij `Prog2`.

Kao **primjer** funkcije koristimo varijantu funkcije `ispisi_max` koja ispisuje **maksimalni** od **dva realna** broja (tipa `double`).

Primjer funkcije bez obvezne deklaracije

`ispisi_max` je **definirana prije** prvog poziva u funkciji `main`.

```
1  #include <stdio.h>
2  void ispisi_max(double x, double y){
3     double max;
4     max = (x >= y) ? x : y;
5     printf("Maksimalna␣vrijednost␣=␣%g\n", max);
6     return; }
7
8  int main(void){
9     double x, y;
10    printf("␣Unesite␣dva␣realna␣broja:␣");
11    scanf("%lg␣%lg", &x, &y);
12    ispisi_max(x, y);//prevoditelj zna da je ovo
13 //funkcija koja prima dva argumenta tipa double
14 //i ne vraca nista
15    return 0; }
```

Deklaracija ili prototip funkcije

Ako **definiciju** funkcije smjestimo **nakon poziva** funkcije, onda tu funkciju moramo **deklarirati prije** prvog **poziva**.

Deklaracija ili **prototip** funkcije ima oblik:

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1 arg_1, ..., tip_n arg_n);
```

Deklaracija sadrži samo **zaglavlje** funkcije, **bez bloka** u kojem je **tijelo** funkcije.

Imena argumenata `arg_1,...,arg_n` se mogu **izostaviti** jer se **tip** argumenta vidi i bez njih.

```
tip_podatka ime_funkcije(tip_1, ..., tip_n);
```

Deklaracija ili prototip funkcije

Deklaracija objekata **istog** tipa **vrijednosti** mogu se **spojiti** kao i za obične varijable.

Primjer:

```
int n, f(double), g(int, double);
```

n je **varijabla** tipa `int`, f i g su **funkcije** koje **vraćaju** vrijednost tipa `int`.
Deklaracija se obično piše na **početku** datoteke ili **u funkciji** u kojoj je poziv.

Primjer funkcije s obveznom deklaracijom

Primjer: funkcija je **definirana iza** prvog poziva unutar funkcije `main` a **deklaracija** je **unutar** funkcije **main**.

```
1  #include <stdio.h>
2
3  int main(void)
4  {
5    double x, y;
6    void ispisi_max(double, double); //deklaracija
7    printf("Unesite␣dva␣realna␣broja:␣");
8    scanf("%lg␣%lg", &x, &y);
9    ispisi_max(x,y);
10   return 0;
11 }
```

Primjer funkcije s obveznom deklaracijom

```
1  void ispisi_max(double x, double y)
2  {
3      double max;
4      max = (x>=y) ? x : y;
5      printf("Maksimalna␣vrijednost␣=␣%g\n",max);
6      return;
7  }
```

Deklaraciju `void ispisi_max(double, double)` smo mogli zapisati i kao `void ispisi_max(double x, double y);`

Primjer: **Deklaracija** funkcije može biti i **izvan** funkcije gdje je poziv (npr. na **početku** datoteke).

Prednost globalne **deklaracije** na **početku** datoteke, **izvan** svih funkcija je ta što se `ispisi_max` može pozvati **u svim** funkcijama **iza** deklaracije. Često se koristi za **sve** funkcije u programu (osim **main**), jer **ne ovisi** o **poretku** pisanja funkcija iza toga.

Primjer funkcije s obveznom deklaracijom

```
1  #include <stdio.h>
2
3  void ispisi_max(double, double); //deklaracija
4
5  int main(void){
6    double x, y;
7    printf("Unesite␣dva␣realna␣broja:␣");
8    scanf("%lg␣%lg", &x, &y);
9    ispisi_max(x,y);
10   return 0; }
11
12 void ispisi_max(double x, double y){
13    double max;
14    max = (x>=y) ? x : y;
15    printf("Maksimalna␣vrijednost␣=␣%g\n",max);
16    return; }
```

Načini prijenosa argumenata

Formalni i **stvarni** argumenti (ili parametri):

- **Argumenti** deklarirani u **definiciji** funkcije nazivaju se **formalni** argumenti.
- **Izrazi** koji se pri **pozivu** funkcije nalaze na mjestima **formalnih** argumenata nazivaju se **stvarni** argumenti.

Veza između **formalnih** i **stvarnih** argumenata **uspostavlja** se **prijenosom** argumenata prilikom **poziva** funkcije.

Postoje **dva** načina **prijenosa** (predavanja) argumenata prilikom **poziva** funkcije:

- prijenos **vrijednosti** argumenta (eng. *call by value*)
- prijenos **adresa** argumenta (eng. *call by reference*)

Prijenos argumenata po vrijednosti

Kod prijenosa **vrijednosti** argumenata, funkcija prima **kopije** vrijednosti **stvarnih** argumenata i **ne može izmijeniti stvarne** argumente.

Stvarni argumenti **mogu** biti **izrazi**. Prilikom poziva funkcije:

- **prvo** se izračuna **vrijednost** izraza,
- **zatim** se **vrijednost izraza prenosi** u funkciju,
- **zatim** se **prenesena vrijednost kopira** u odgovarajući **formalni** argument.

Prijenos argumenata po adresi

Kod prijenosa **adresa** argumenata, funkcija prima **adrese stvarnih** argumenata, dakle funkcija **može izmijeniti stvarne** argumente (**sadržaje** na tim **adresama**).

Stvarni argumenti **ne mogu** biti **izrazi** već samo **varijable**, odnosno **objekti** koji **imaju adresu**.

Prijenos argumenata u *C*-u

U *C*-u postoji **samo** prijenos argumenata po **vrijednosti**.

- Svaki **formalni** argument je i **lokalna** varijabla u toj funkciji.
- **Stvarni** argumenti u **pozivu** funkcije su **izrazi**.

Ako funkcijom želimo **promijeniti** vrijednost nekog **podatka**, pripadni argument treba biti **pokazivač na taj podatak**, tj. njegova **adresa**.

Tada se **adresa** prenosi **po vrijednosti** (**kopira**) u funkciju (promjena te kopije **ne** mijenja **stvarnu** adresu), ali možemo **promijeniti sadržaj** na toj **adresi**, koristeći operator dereferenciranja (*).

Primjer prijenosa po vrijednosti

```
1  #include <stdio.h>
2
3  void f(int x){
4      x+=1;
5      printf("Unutar funkcije: x = %d\n",x);
6      return; }
7
8  int main(void){
9      int x = 5;
10     printf("Prije poziva: x = %d\n", x);// x = 5
11     f(x); // x  = 6
12     printf("Nakon poziva: x = %d\n", x);// x = 5
13 return 0; }
```

Funkcija f povećava vrijednost argumenta za 1. Međutim argument je **lokalna** varijabla pa promjena nije vidljiva izvan funkcije.

Primjer prijenosa po adresi

```
1  void f(int *x){
2    *x += 1;
3    printf("Unutar funkcije: x = %d\n", *x);
4    return; }
5
6  int main(void){
7  int x = 5;
8  printf("Prije poziva: x = %d\n", x); //x =5
9  f(&x); /* Stvarni argument je pokazivac. x = 6 */
10 printf("Nakon poziva: x = %d\n", x); //x = 6
11 return 0; }
```

Povećavamo **sadržaj** na **adresi** x za 1, stoga je promjena **vidljiva** i **izvan** funkcije f.

Pokazivač (adresa) je **lokalna** varijabla x, pa njena promjena (promjena adrese) i dalje **nije** vidljiva izvan funkcije f.

Prijenos po vrijednosti

Kod prijenosa **po vrijednosti**, poziv funkcije f u glavnom programu može sadržavati i izraz kao formalni argument: `f(x+2);`

Ukoliko se funkciji prenosi **adresa**, poziv **ne smije** biti: `f(&(x+2))` jer izraz nema adresu. Zbog aritmetike pokazivača, poziv smije biti `f(&x+2);`

Pravila o argumentima

Pravila pri prijenosu argumenata:

- **Broj stvarnih** argumenata pri svakom **pozivu** funkcije mora biti **jednak broju formalnih** argumenata.
- Ako je funkcija **ispravno deklarirana**, tj. prevoditelj pri **pozivu** zna **broj** i **tip** argumenata, **stvarni** argumenti čiji se **tip razlikuje** od tipa odgovarajućih **formalnih** argumenata **pretvaraju** se u **tip formalnih** argumenata, isto kao i kod pridruživanja.
- **Redoslijed** izračunavanja **stvarnih** argumenata **nije definiran** i ovisi o implementaciji.

Pretvaranje tipova kod poziva funkcije

Primjer: Funkcija `sqrt` iz zaglavlja `<math.h>` ima prototip `double sqrt(double);` **Nakon** `#include <math.h>`, poziv funkcije `sqrt` može biti:

```
int x; double y;
...
y = sqrt(2*x-3);
```

Vrijednost izraza `2*x-3` je **tipa** `int`. Kod poziva funkcije se: a) prvo ta vrijednost izraza pretvara u `double`, b) **prenosi** se u funkciju.

Varijabla y korektno poprima `double` vrijednost $\sqrt{2x-3}$.

Funkcija **bez** prototipa

U programu se **mogu** koristiti i funkcije koje **nisu** prethodno **deklarirane** (prijavi se **upozorenje**). Tada:

- Prevoditelj pretpostavlja da funkcija **vraća** podatak tipa `int` i ne radi **nikakve** pretpostavke o **broju** i **tipu** argumenata.
- Na svaki **stvarni** argument **cjelobrojnog** tipa primjenjuje se **integralna promocija** (pretvaranje argumenata tipa `short` i `char` u `int`), a svaki **stvarni** argument tipa `float` pretvara se u `double`.
- **Broj** i **tip** (pretvorenih) **stvarnih** argumenata **mora se podudarati** s **brojem** i **tipom formalnih** argumenata, da bi poziv bio **korektan**.

Nikako se **ne preporuča** korištenje funkcija bez prototipa.

Primjer funkcije s prototipom

```
1  #include <stdio.h>
2  int f(double); //deklaracija funkcije
3  int main(void){
4      float x = 2.0; /* double const --> float */
5      printf("%d\n", f(2)); /* int --> double */
6      printf("%d\n", f(x)); /* float --> double */
7      return 0;
8  }
9
10 int f(double x) {
11     return (int) x*x; /* int * double --> int */
12 }
```

Isprobajte gornji program za $x = 2.0$ i $x = 2.5$.

Uočite da `(int)x*x` **nije isto** što i `(int)(x*x)`. Kod `(int)x*x` imamo `int*double` (prioritet operatora eksplicitne pretvorbe) pa je konačni tip `double` (pretvara se u `int`).

Primjer funkcije **bez** prototipa

```
1  ... /* Nema prototip za f. */
2  int main(void)
3  {
4      float x = 2.0; /* double const --> float */
5      printf("%d\n", f(2)); /* GRESKA (2 je int) */
6      printf("%d\n", f(x)); /* OK, x --> double */
7      return 0;
8  }
9
10 int f(double x) /* Tip odgovara pretpostavci. */
11 { return (int) x*x; /* int * double --> int */
12 }
```

U gornjem primjeru, funkcija f stvarno vraća tip `int`. Poziv $f(2)$ šalje samo 4 bajta u funkciju f za x što dovodi do **krivog** rezultata.

Primjer funkcije **bez** prototipa

```
1  ... /* Nema prototip za f. */
2  int main(void)
3  {
4      float x = 2.0; /* double const --> float */
5      printf("%d\n", f(x)); /* OK, x --> double */
6      return 0;
7  }
8  double f(double x)
9  /* Upozorenje kod prevodjenja: redefinicija tipa
10 povratne vrijednosti iz int u double. */
11 { return x*x;
12 }
```

U gornjem primjeru, funkcija f stvarno vraća tip `double` a ne `int`.

Broj znamenki broja

Primjer: treba pronaći **broj znamenki** nenegativnog cijelog broja n u zadanoj bazi b.

```
unsigned int broj_znamenki(unsigned int n,
                           unsigned int b)
{
     unsigned int broj_znam = 0;
     while (n > 0) {
        ++broj_znam;
         n /= b;
      }
     return broj_znam;
}
```

Kod realizacije funkcijom, **poništavanje** vrijednosti broja n **nije** problem pošto se radi o lokalnoj kopiji.

Provjera znamenki broja

Primjer: zadan je nenegativan cijeli broj n. Treba pronaći odgovor na pitanje: postoji li znamenka tog broja koja je jednaka 5 u zadanoj bazi $b = 10$.

```
int odgovor(unsigned int n, unsigned int b,
            unsigned int trazena)
{
   while (n > 0) {
     if (n % b == trazena)
         return 1;
     n /= b;
   }
   return 0;
}
```

Za prekid petlje umjesto `break`, koristimo `return` s odgovorom.

Realizirajte funkcijom i preostale algoritme na cijelim brojevima (spomenute na prethodnom predavanju).

Rekurzivne funkcije

Programski jezik *C* **dozvoljava rekurzivne** funkcije (da funkcija **poziva samu sebe**).

U pravilu su **rekurzivni** algoritmi **kraći** ali **izvođenje** traje **dulje** (ponekad i **znatno dulje** ukoliko se isti potproblem rješava više puta).

Napomena: svaki **rekurzivni** algoritam **mora** imati **nerekurzivni** dio koji omogućava **prekidanje** rekurzije. Najčešće se realizira naredbom `if` u **inicijalizaciji** rekurzije.

Primjer rekurzivne funkcije za računanje faktorijela

Primjer: radimo **rekurzivnu** funkciju za računanje **faktorijela**:

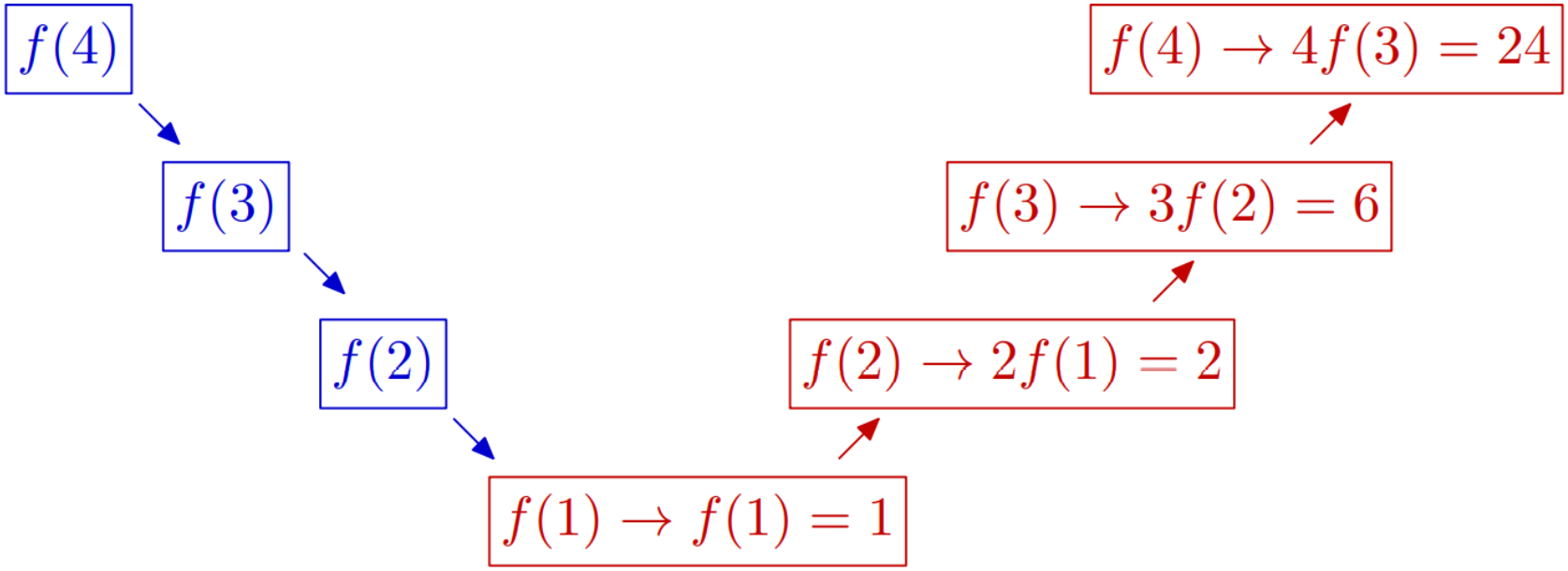
$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots (n-1) \cdot n = n \cdot (n-1)!$$

```
long int fakt(int n)
{
    if (n <= 1)
        return 1L;
    else
        return n * fakt(n - 1);
}
```

Nedostaci ovakvoga rješenja: a) pozivi su **linearni**, b) **ne računaju** ništa **kompleksno**. Potrebno je n **poziva** funkcije da se izračuna $n!$.

Primjer rekurzivne funkcije za računanje faktorijela

Za $n = 4$ slika rekurzivnih poziva izgleda kao:



Primjer nerekurzivne funkcije za računanje faktorijela

Nerekurzivna funkcija za računanje faktorijela radi puno **brže** od rekurzivne (samo jedan poziv funkcije u odnosu na n poziva kod rekurzije).

```
1 long int fakt(int n)
2 {
3     long int f = 1L;
4     for (; n > 1; --n) f *= n;
5     return f;
6 }
```

Varijanta sa **silaznom** petljom po n.

Primjer nerekurzivne funkcije za računanje faktorijela

Nerekurzivna funkcija za računanje faktorijela sa **uzlaznom** petljom po n.

```
long int fakt(int n)
{
    long int f = 1L;
    int i;
    for (i = 2; i <= n; ++i) f *= i;
    return f;
}
```

Drugi **klasični** primjer kad **rekurziju ne treba** koristiti su **Fibonaccijevi** brojevi. Ti brojevi su definirani formulom:
$F_0 = 0,\ F_1 = 1,\ F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$, za $i \geq 2$.

Primjer rekurzivne funkcije za prikaz broja u bazi

Primjer: treba **ispisati prikaz** prirodnog broja n u zadanoj bazi b od **vodeće** znamenke do **najniže**.

Dvije bitne činjenice:

- Znamenke broja se puno lakše računaju **straga** (od najniže znamenke prema vodećoj)
- Ispis znamenki mora ići **s lijeva na desno** (obrnuto od smjera lakog računanja znamenaka).

Rješenje:

- prvo dođemo do **vodeće** znamenke
- ispisujemo **unatrag**

Primjer rekurzivne funkcije za prikaz broja u bazi

Za **rješavanje** tog problema koristimo **linearnu rekurziju**.

Svaki poziv funkcije izračuna i **zapamti** svoju znamenku i **piše** tu znamenku tek **nakon rekurzivnog** poziva.

Algoritam:

1. izračunaj sve znamenke od n, **osim zadnje** (izračunaj sve znamenke broja n div b u bazi b) - rekurzija.
2. ispiši **zadnju** znamenku n mod b.

Algoritam izvršavamo samo ako je $n > 0$, odnosno ima znamenki. $n == 0$ je **terminalni uvjet**, **uvjet prekida** rekurzije.

Radi jednostavnosti uzimamo da je $b \leq 10$ (imamo regularne numeričke znamenke).

Primjer rekurzivne funkcije za prikaz broja u bazi

Argumenti funkcije su trenutni broj n i baza b.

```
1 #include <stdio.h>
2 void ispis_u_bazi(unsigned int n, unsigned int b)
3 {
4     if (n > 0) {
5         ispis_u_bazi(n / b, b);
6         printf("%u", n % b);
7     }
8     return;
9 }
```

Korištenjem tzv. **globalnih varijabli** (koje ćemo obraditi kasnije) možemo izbaciti argument b koji se ne mijenja.

Primjer rekurzivne funkcije za prikaz broja u bazi

Glavni program koji poziva rekurzivnu funkciju.

```
1 int main(void) {
2   unsigned int b, n;
3   printf("␣Upisi␣nenegativni␣broj␣n␣i␣bazu␣b:␣");
4   scanf("%u%u", &n, &b);
5   printf("\n␣Prikaz␣broja␣%u␣u␣bazi␣%u:␣", n, b);
6   ispis_u_bazi(n, b);
7   printf("\n");
8   return 0;
9 }
```

Primjer rekurzivne funkcije za prikaz broja u bazi

Za **ulaz**: 12 2, **rezultat** je:

```
Prikaz broja 12 u bazi 2:  1100
```

Za **ulaz**: 123456 10, **rezultat** je:

```
Prikaz broja 123456 u bazi 10:  123456
```

Pogledajmo **pozive** funkcije za $n = 12$, $b = 2$.

- (1) Prvi (vanjski) poziv: `ispis_u_bazi(12, 2)`
  (4) lokalno: n = 12, n / b = 6, znamenka n % b = 0.
- (2) Drugi poziv: `ispis_u_bazi(6, 2)`
  (3) lokalno: n = 6, n / b = 3, znamenka n % b = 0.
- (3) Treći poziv: `ispis_u_bazi(3, 2)`
  (2) lokalno: n = 3, n / b = 1, znamenka n % b = 1.
- (4) Četvrti poziv: `ispis_u_bazi(1, 2)`
  (1) lokalno: n = 1, n / b = 0, znamenka n % b = 1.
- (5) Peti poziv: `ispis_u_bazi(0, 2)` — odmah se vrati!

Ispis n % b ide unatrag, nakon povratka iz prethodnog poziva.

Zadatak: Ako je $n = 0$, onda gore definirana rekurzivna funkcija ne ispisuje ništa. Modificirajte rekurzivnu funkciju tako da napiše znamenku 0 za $n = 0$ (oprez, ne želimo dodati vodeću nulu brojevima $n > 0$).

Zadatak: Napravite proširenje na **veće** baze tako da:

- znamenke mogu biti i **slova**
- znamenke u bazi b se pišu kao **dekadski** brojevi, **odvajamo** ih prazninom (razmakom).

Pravi primjeri rekurzivnih funkcija

Pravi primjeri **rekurzivnih** algoritama i funkcija su:

- `quicksort` i `mergesort` algoritmi za sortiranje,
- `Hanojski tornjevi`,
- **particije** broja u pribrojnike.

Dodatni primjeri algoritama:

- obrada **binarnih stabala** i drugih sličnih struktura,
- **sintaktička** analiza programa po gramatičkim pravilima jezika (tzv. *parser*).

Funkcije s varijabilnim brojem argumenata

Neke funkcije kao npr. `scanf` i `printf` imaju **varijabilni broj** argumenata.

Datoteka zaglavlja `<stdarg.h>` sadrži **niz definicija** i **makro naredbi** koje **omogućavaju** stvaranje funkcija s varijabilnim brojem argumenata.