

Programiranje 1 – popravni kolokvij, 5. 3. 2021.

Zadatak 1 (10 bodova) Napišite tablicu istinitosti, te konjunktivnu ili disjunktivnu normalnu formu (samo jednu od njih!) izraza $f = f(x, y, z)$, koji vraća istinu ako i samo ako za broj $(xyzx)_2 + (yz)_2$ vrijedi da ima barem jednu znamenku 2 u sustavu s bazom 3. Upotrebom formula za pojednostavljivanje logičkih izraza pojednostavite dobiveni izraz. Potrebno je napisati cijeli postupak, a ne samo konačna rješenja. Pomoć: Izraz je moguće pojednostaviti tako da ima samo 3 operatora.

Rješenje.

x	y	z	$(xyzx)_2$	$(yz)_2$	$(xyzx)_2 + (yz)_2$	u bazi 3	$f(x, y, z)$
0	0	0	$(0000)_2 = 0$	$(00)_2 = 0$	$0 + 0 = 0$	$0 = (0)_3$	0
0	0	1	$(0010)_2 = 2$	$(01)_2 = 1$	$2 + 1 = 3$	$3 = (10)_3$	0
0	1	0	$(0100)_2 = 4$	$(10)_2 = 2$	$4 + 2 = 6$	$6 = (20)_3$	1
0	1	1	$(0110)_2 = 6$	$(11)_2 = 3$	$6 + 3 = 9$	$9 = (100)_3$	0
1	0	0	$(1001)_2 = 9$	$(00)_2 = 0$	$9 + 0 = 9$	$9 = (100)_3$	0
1	0	1	$(1011)_2 = 11$	$(01)_2 = 1$	$11 + 1 = 12$	$12 = (110)_3$	0
1	1	0	$(1101)_2 = 13$	$(10)_2 = 2$	$13 + 2 = 15$	$15 = (120)_3$	1
1	1	1	$(1111)_2 = 15$	$(11)_2 = 3$	$15 + 3 = 18$	$18 = (200)_3$	1

Iz tablice pročitamo DNF ili KNF (dovoljno je jedno od toga!):

$$\text{DNF: } f = (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z)$$

$$\text{KNF: } f = (x + y + z) \cdot (x + y + \bar{z}) \cdot (x + \bar{y} + \bar{z}) \cdot (\bar{x} + y + z) \cdot (\bar{x} + y + \bar{z})$$

Pojednostavnit ćemo DNF (jer je ona kraća pa će biti lakše nju pojednostavljivati):

$$\begin{aligned}
 f &= (\bar{x} \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z) \\
 &= ((\text{izlučimo } y \cdot \bar{z} \text{ iz prva dva pribrojnika - koristimo distributivnost})) \\
 &= (y \cdot \bar{z}) \cdot (\bar{x} + x) + (x \cdot y \cdot z) = ((\text{koristimo } \bar{x} + x = 1)) \\
 &= (y \cdot \bar{z}) + (x \cdot y \cdot z) \\
 &= y \cdot \bar{z} + x \cdot y \cdot z = ((\text{izlučimo } y)) = y \cdot (\bar{z} + x \cdot z) = ((\text{koristimo } \bar{\bar{z}} = z)) \\
 &= y \cdot (\bar{z} + \bar{\bar{z}} \cdot x) = ((\text{koristimo formulu } A + \bar{A} \cdot B = A + B)) = y \cdot (\bar{z} + x) \quad \text{ili: } y \cdot (x + \bar{z})
 \end{aligned}$$

(Uočimo da dobiveni izraz ima samo 3 operatora.)

