

Zadatak 2 (15 bodova) Na inače praznoj traci Turingovog stroja nalazi se broj n zapisan u sustavu s bazom **2**. Konstruirajte Turingov stroj koji će na prvo slobodno mjesto lijevo ili desno od zapisanog broja (izaberite sami gdje vam je zgodnije; svoj izbor zapišite uz rješenje) zapisati ostatak pri dijeljenju sume znamenaka broja n brojem 7. Na početku rada stroja, glava je pozicionirana na drugoj znamenici broja gledano s lijeva.

RJEŠENJE. Glava stroja pozicionirana je na drugoj znamenici gledano s lijeva. Kako glava mora pročitati cijeli broj, potrebno je pomaknuti ju na neki kraj broja. Pomaknut ćemo ju za jedno mjesto u lijevo (jer je to lakše nego tražiti desni kraj broja).

Početno stanje stroja označit ćemo s q_P (jer će nam uobičajena oznaka q_0 trebati u nastavku).

Dalje se krećemo prema desnom kraju broja, čitamo znamenku, te računamo novi ostatrak sume pri dijeljenju sa 7, prema formuli

$$s_{i+1} = (s_i + z_{i+1}) \bmod 7,$$

pri čemu sa s_i označavamo traženi rezultat u i -tom koraku, a sa z_i znamenku pročitane u i -tom koraku, a sa $x \bmod 7$ ostatak pri dijeljenju broja x sa 7.

Trenutni rezultat i -tog koraka, $s_i \in \{0, 1, \dots, 6\}$ (skup mogućih ostataka pri dijeljenju broja sa 7), pamtimo tako da stroj odlazi u stanje q_{s_i} . Početno stanje (nakon prvobitnog pomaka za jedno mjesto u lijevo) je očito q_0 jer niti jedna znamenka nije dodana u “sumu” (navodnici jer pamtimo ostatak pri dijeljenju sume sa 7, a ne stvarnu sumu!), pa je vrijednost te sume u početku jednaka nuli.

Čitanje broja završava kad pročitamo razmak, tj. kad glava stroja dođe do praznog mjesta u nekom stanju q_k ($k \in \{0, 1, \dots, 6\}$). Tada treba na to mjesto zapisati k i završiti s radom (stanje q_F).

Dakle, stroj će traženo rješenje zapisati na desnom kraju zadanog broja.

Turingov stroj koji rješava ovaj problem zadan je uređenom sedmorkom $(Q, S, T, \sqcup, q_P, F, \delta)$, pri čemu je

$$Q = \{q_P, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_F\},$$

$$S = \{0, 1\},$$

$$T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \sqcup\},$$

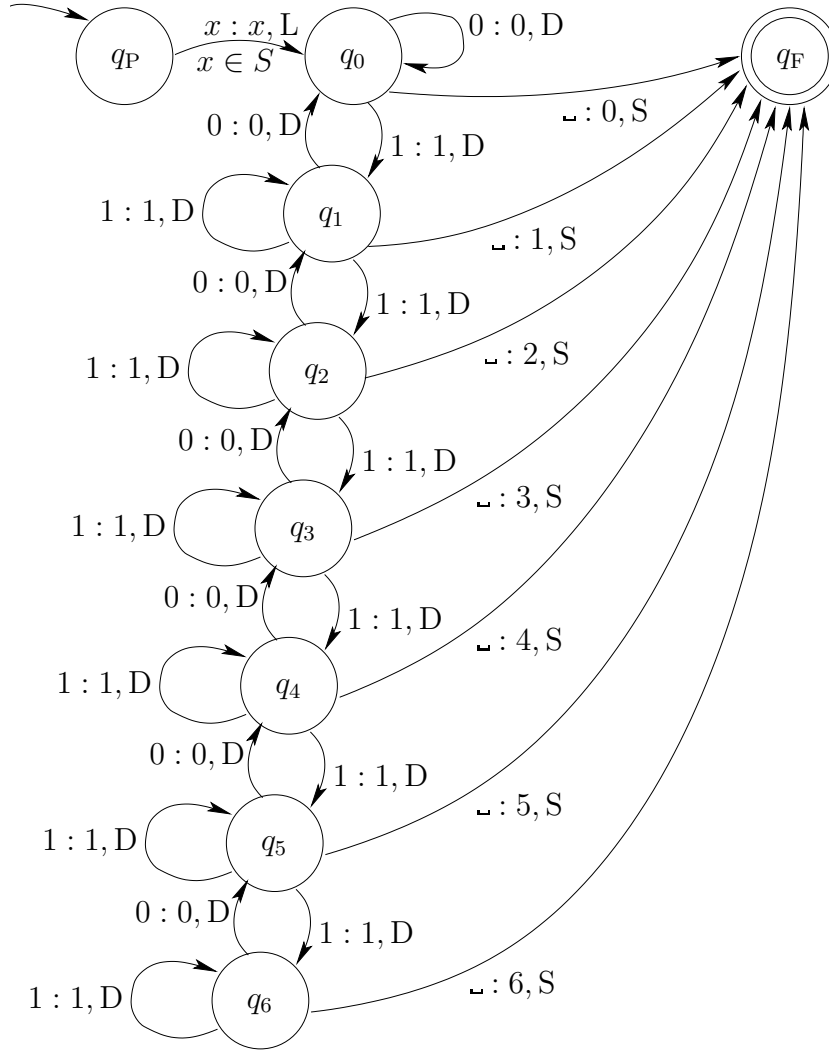
$$F = \{q_F\},$$

$$\delta(q_P, x) = (q_0, x, L), \quad x \in S,$$

$$\delta(q_s, x) = (q_{(s+x) \bmod 7}, x, D), \quad s \in \{0, 1, \dots, 6\}, \quad x \in S,$$

$$\delta(q_s, \sqcup) = (q_F, s, S), \quad s \in \{0, 1, \dots, 6\}.$$

Automatni zapis ovog Turingovog stroja možete vidjeti na slici na sljedećoj stranici.



□

Napomena:

Kod ovakvih zadataka treba paziti koja stanja i kako povezujemo. Neka su q_i , $i \in \{0, 1, \dots, d-1\}$ (gdje je d broj s kojim dijelimo, u ovom zadatku 7) stanja u kojima računamo ostatak pri dijeljenju sume znamenaka s d . Stanja q_i i q_j moraju biti povezana ako i samo ako je $|i - j| < b$, pri čemu je b baza u kojoj je broj zapisan. Broj tih poveznica je paran (jednak broj ih ide od q_i prema q_j kao i od q_j prema q_i), osim ako je $i = j$ (tada ide točno jedna poveznica, koja je, u stvari, petlja).

Ako je $b \geq d$, onda treba povezati svaka dva stanja! Ako je $b > d$, neki parovi stanja će očito imati i više od dvije poveznice.