Vremenski raspored intervala

Oblikovanje i analiza algoritama

Krešimir Sinković

Opis problema

- Dan je skup S={1,2,...,n} od n zahtjeva za neku aktivnost koja koristi isti resurs. Svaka aktivnost mora započeti u danom početnom vremenu i završit u danom završnom vremenu.

Dvije aktivnosti i i j se ne preklapaju ako vrijedi $[s_i,f_i)\cap[s_j,f_j)=\varnothing$.

Problem vremenskih rasporeda intervala je problem pronalaženja najvećeg skupa aktivnosti koje se međusobno ne preklapaju.

Pohlepni algoritam

- Najranija aktivnost prva
- Najkraća aktivnost prva
- Prva aktivnost sa najmanje preklapanja
- Prva aktivnost koja najranije završava

Optimalnost algoritma

Neka je skup A naše riješenje. Sa O označimo optimalni skup intervala. Želimo pokazat |A|=|O|.

$A=\{i_1,...,i_k\}$, tj $|A|=k$.

$O=\{j_1,...,j_m\}$, tj $|P|=m$

- Za svaki $r \leq k$ $f(i_r) \leq f(j_r)$, $i_r \in A$, $j_r \in O$

Dokaz: Indukcijom

Dokaz da je A optimalan skup

- Dokaz kontradikcijom. A nije optimalan skup, tj $m>k$.
Za $r=k$ $f(i_k) \leq f(j_k)$. Postoji j_{k+1} u O.
(primjeni algoritam)

Vremenska složenost algoritma

- $O(n \log n)$ – sortiranje
- ($O(n)$ – sam algoritam)

Particioniranje vremenskih intervala

- Problem: Imamo skup aktivnosti koje zahtjevaju isti tip resursa. Želimo raspodjeliti sve aktivnosti tako da koristimo što manje resursa.

Algoritam

- Očito je da aktivnosti koje se preklapaju ne mogu dodjeliti istom resursu.
- Dubina (d) je najveći broj preklapajućih aktivnosti u zadanom skupu
- Broj resursa koji je potrebno da bi se riješio problem je veći ili jednak dubini skupa.

Algoritam

- Svakom intervalu dodjelimo broj od 1 do d.
- Niti jedan par intervala koji se preklapaju ne mogu imat jednak pridružen broj
- Intervali su sortirani uzlazno po vremenu početka
- Za svaki interval isključimo sve brojeve koji su dodjeljeni preklapajućim intervalima
- Dodjelimo najmanji slobodan broj trenutnom intervalu

Optimalnost algoritma

- Svakom intervalu bit će dodjeljen broj i niti jedan par intervala neće imat jednak pridružen broj
- Algoritam će pridružit točno d brojeva

Vremenska složenost

- $O(n \log n)$