

Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Bodovi:	4	6	6	5	6	5	4	4	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - popravak 1. kolokvija 27.6.2011.

- (4) 1. Koji od sljedećih operatora je linearan. U slučaju da je operator linearan dati dokaz, inače primjerom pokazati da nije linearan. Također, ako je operator linearan, odredite mu matricu u kanonskim bazama.

(a) $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $A(x, y) = (x + 2y, 3y)$

(b) $B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $B(x, y, z) = (\cos x, x - y)$

- (6) 2. Odredite inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (6) 3. Izračunajte determinantu matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (5) 4. Neka je $P_{yz}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator ortogonalne projekcije na $y - z$ ravninu, te neka je $R_{\frac{\pi}{2}}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator rotacije oko osi x za kut $\frac{\pi}{2}$. Odredite matricu operatora $R_{\frac{\pi}{2}} \circ P_{yz}$ u kanonskoj bazi.

- (6) 5. Neka je $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matricom

$$A_{FG} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

u paru baza

$$G = ((0, 1), (1, 1)) \quad \text{ i } \quad F = ((1, 1, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)).$$

Odredite matricu operatora A u paru baza

$$G' = ((1, 1), (1, 0)) \quad \text{ i } \quad F' = ((1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 1)).$$

- (5) 6. Neka je $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator zadan s

$$A(x, y, z) = (4x + y + 2z, x + y + z, 2x + y + z),$$

Dokažite da je A linearan operator. Da li je operator A bijekcija?

- (4) 7. Da li su baze

$$F = ((2, 2, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1)) \quad \text{i} \quad G = ((4, 1, 2), (1, 2, 0), (2, 0, 1))$$

jednako orijentirane?

- (4) 8. Odredite inverz permutacije

$$\sigma = (4372156).$$

Izračunajte predznak permutacije σ i predznak njenog inverza.

Napomena:

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

Zadatak:	9	10	11	12	13	Σ
Bodovi:	1	2	2	2	3	10
Osvojeni bodovi:						

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - popravak 1. kolokvija 27.6.2011.

Teorijska pitanja

- (1) 9. Što je slika linearnog preslikavanja?
- (2) 10. Neka su A i B kvadratne matrice tipa $n \times n$. Dokažite da je tada $AB = I$ ako i samo ako je $BA = I$.
- (2) 11. Neka su $A_1, \dots, A_s$ regularne. Dokažite $(A_1 \dots A_s)^{-1} = A_s^{-1} \dots A_1^{-1}$.
- (2) 12. Dokažite Cramerovo pravilo.
- (3) 13. Iskažite i dokažite Binet-Cauchyjev teorem.

Napomena:

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.