

Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Bodovi:	4	6	6	5	5	6	5	3	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - 2. kolokvij 6.6.2011.

- (4) 1. Odredite svojstvene vrijednosti matrice:

$$\begin{bmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

- (6) 2. Neka je $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matricom

$$A_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

u kanonskoj bazi. Nađi neku ortonomiranu bazu od $\mathbb{R}^3$ u kojoj se operator A dijagonalizira. Napiši matricu operatora A u toj bazi.

- (6) 3. Riješite Cauchyjev problem

$$\begin{aligned} y_1'(t) &= 3y_1(t) + y_2(t), \\ y_2'(t) &= 2y_1(t) + 2y_2(t), \\ y_1(0) &= 1, \\ y_2(0) &= 4. \end{aligned}$$

- (5) 4. Izračunajte:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^{50}.$$

- (5) 5. Nađite dijagonalni oblik sljedeće kvadratne forme:

$$Q(x, y) = 5x^2 + 5y^2 - 8xy.$$

- (6) 6. Neka je g_1 rotacija oko x -osi za kut $\pi/4$ i g_2 rotacija oko z -osi za kut $\pi/2$. Nađite os i kut rotacije od $g = g_1 g_2$.

- (5) 7. Riješite sljedeći sistem jednažbi gdje su nepoznanice kvaternioni Z_1 i Z_2 (I, J_1, J_2, J_3 su oznake kvaterniona s predavanja i vježbi):

$$\begin{aligned} J_3 Z_1 + J_3 Z_2 &= J_2, \\ J_1 Z_1 + J_2 Z_2 &= J_1. \end{aligned}$$

- (3) 8. Dokaži da je operator $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ zadan s

$$A(x, y) = (2x + 3y, 3x + y)$$

hermitski operator.

Zadatak:	9	10	11	12	13	Σ
Bodovi:	2	2	2	2	2	10
Osvojeni bodovi:						

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - 2. kolokvij 6.6.2011.

Teorijska pitanja

- (2) 9. Dokažite da je λ nultočka svojstvenog polinoma matrice A ako je $Av = \lambda v$ za neki $v \neq 0$.
- (2) 10. Neka je $E = (e_1, \dots, e_n)$ ortonormirana baza od V . Napišite matrice elemente matrice operatora A_E pomoću skalarnog produkta.
- (2) 11. Dokažite da je $(AB)^* = B^*A^*$
- (2) 12. Dokažite distributivnost množenja matrica prema zbrajanju.
- (2) 13. Definirajte kvaternione $\mathbb{H}$ kao podskup kompleksnih 2×2 matrica.