Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$
Bodovi:	4	6	6	5	6	5	4	4	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: ________________ IME I PREZIME: ____________________________

Linearna algebra 2 - 1. kolokvij

11.4.2011.

(4) 1. Koji od sljedećih operatora je linearan. U slučaju da je operator linearan dati dokaz, inače primjerom pokazati da nije linearan. Također, ako je operator linearan, odredite mu matricu u kanonskim bazama.

(a) $A\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\quad A(x,y) = (x^2+y^2, x-y)$

(b) $B\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $\quad B(x,y,z) = (2x+2y, x-y)$

(6) 2. Odredite inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(6) 3. Izračunajte determinantu matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

(5) 4. Neka je $T_y\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator zrcaljenja s obzirom na y-os, te neka je $R_{\frac{\pi}{3}}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator rotacije oko osi x za kut $\frac{\pi}{3}$. Odredite matricu operatora $T_y \circ R_{\frac{\pi}{3}}$ u kanonskoj bazi.

(6) 5. Neka je $A\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matricom

$$A_{FG} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

u paru baza

$$G = ((1,1),(0,1)) \quad \text{i} \quad F = ((1,0,0),(0,1,1),(1,0,1))).$$

Odredite matricu operatora A u paru baza

$$G' = ((1,0),(1,1))) \quad \text{i} \quad F' = ((1,0,0),(0,1,0),(1,1,1)).$$

(5) 6. Neka je $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator zadan s

$$A(x, y, z) = (3x + y + 2z, x + y + z, 2x + y + z),$$

Dokažite da je A linearan operator. Da li je operator A bijekcija?

(4) 7. Da li su baze

$$F = ((1, 2, 1), (2, 1, 2), (1, 2, 3)) \quad \text{i} \quad G = ((3, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 0, 1))$$

jednako orijentirane?

(4) 8. Odredite inverz permutacije

$$\sigma = (4213756).$$

Izračunajte predznak permutacije σ i predznak njenog inverza.

Zadatak:	9	10	11	12	13	$\sum$
Bodovi:	1	2	2	2	3	10
Osvojeni bodovi:						

JMBAG: ____________ IME I PREZIME: ____________________

Linearna algebra 2 - 1. kolokvij

11.4.2011.

Teorijska pitanja

(1) 9. Dokažite da je kompozicija linearnih preslikavanja linearno preslikavanje.

(2) 10. Neka su $f\colon A \to B$ i $g\colon B \to A$ preslikavanja i neka je $g \circ f = \mathrm{id}_A$. Dokažite da je f injekcija i g surjekcija.

(2) 11. Neka su V i W realni konačno dimenzionalni vektorski prostori i $A\colon V \to W$ linearno preslikavanje. Definirajte matricu A_{FE} za par uređenih baza E i F.

(2) 12. Dokažite Cramerovo pravilo.

(3) 13. Iskažite i dokažite Binet-Cauchyjev teorem.