| Zadatak: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bodovi: | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 40 |
| Osvojeno bodova: | | | | | | | | | |

JMBAG: ________________ IME I PREZIME: ____________________________

# Linearna algebra 1 - 2. kolokvij

31.1.2011

(5) 1. Odredi rang i defekt matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

(5) 2. Gramm-Schmidtovim postupkom ortonomiraj skup

$$\{\, (1,0,1), (0,2,2), (0,3,0) \,\}.$$

(5) 3. Pomoću teorema o projekciji odredi udaljenost točke (1,1,-1) od ravnine $\langle v_1, v_2 \rangle$ gdje su

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,1,2) \quad \text{i} \quad v_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}(2,0,-1).$$

(Napomena: $\{v_1, v_2\}$ je ortonomiran skup.)

(5) 4. Metodom najmanjih kvadrata odredite koeficijente $A$ i $B$ u "zakonu" $y = Ax + B$ gdje smo "mjerenjem" za $(x, y)$ redom dobili:

$$(2,2), \ (4,4), \ (6,4), \ (8,5).$$

(5) 5. Neka je $W$ potprostor od $\mathbb{R}^4$ razapet s vektorima $(1,0,3,0)$ i $(0,2,-2,0)$. Odredi jednu bazu ortogonalnog komplemetna $W^\perp$ od $W$.

(5) 6. Izračunaj volumen paralelepipeda razapetog vektorima $(0,1,2)$, $(1,3,3)$ i $(3,1,5)$.

(5) 7. Odredi jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $(1,0,1)$, $(4,2,0)$ i $(0,1,3)$.

(5) 8. Odredi kut između pravca

$$p \equiv \ \{(2,1,2) + \lambda(1,0,1) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$$

i ravnine

$$\pi \equiv \ \{\lambda(0,1,1) + \mu(1,2,3) \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}.$$

.

**Napomena:**
Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

| Zadatak: | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bodovi: | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 10 |
| Osvojeno bodova: | | | | | | |

JMBAG: ____________ IME I PREZIME: ____________________

# Linearna algebra 1 - 2. kolokvij

31.1.2011

## Teorijska pitanja

(2) 9. Neka je $A = (a_1, \ldots, a_n)$ matrica tipa $m \times n$. Dokažite da je $\operatorname{rang} A \leq n$ i $\operatorname{rang} A \leq m$.

(2) 10. Neka je $v_1, \ldots, v_k$ ortonormirani skup. Dokažite da je

$$Q(x) = x - \sum_{i=1}^{k} (x \mid v_i) v_i \perp \langle v_1, \ldots, v_k \rangle.$$

(2) 11. Dokažite da je ortonormirani skup vektora linearno nezavisan.

(2) 12. Napišite sistem jednadžbi za metodu najmanjih kvadrata.

(2) 13. Dokažite da je $a \times b$ okomica na ravninu $\langle a, b \rangle$ razapetu linearno nezavisnim vektorima $a, b \in \mathbb{R}^3$.

**Napomena:**
Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.