

Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Bodovi:	4	5	6	3	6	6	6	4	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 – popravak 1. kolokvija 7.7.2010

- (4) 1. Koji od sljedećih operatora je linearan. U slučaju da je operator linearan dati dokaz, inače primjerom pokazati da nije linearan. Također, ako je operator linearan, odredite mu matricu u kanonskim bazama.

(a) $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $A(x, y, z) = (2x + y, y - 2z)$

(b) $B: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $B(x, y) = (|x|, y + x)$

- (5) 2. Neka je $P_{xz}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator ortogonalne projekcije na ravninu $x - z$, te neka je $R_\phi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator rotacije oko osi x za kut ϕ . Odredite matricu operatora $P_{xz} \circ R_\phi$ u kanonskoj bazi.

- (6) 3. Odredite inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (3) 4. Odredite koordinate vektora $(8, 5) \in \mathbb{R}^2$ u uređenoj bazi $((2, 2), (0, 1))$.

- (6) 5. Neka je $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ linearan operator zadan matricom

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

u kanonskim bazama. Odredite matricu operatora A u paru baza

$$F = ((1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 2, 0)) \quad \text{i} \quad G = ((1, 0), (1, 1)).$$

- (6) 6. Neka je $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matricom

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

u kanonskoj bazi. Odredite po jednu bazu za sliku i jezgru, te rang i defekt operatora A . Da li je operator A injekcija (obrazložite svoj odgovor)?

- (6) 7. Neka je $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ operator zadan s

$$A(x, y, z) = (2x + \lambda y, x + y, x + 2y + \lambda z),$$

gdje je $\lambda \in \mathbb{R}$. Dokažite da je A linearan operator. Za koje vrijednosti λ je operator A regularan.

- (4) 8. Odredite inverz permutacije

$$\sigma = (531264).$$

Izračunajte predznak permutacije σ i predznak njenog inverza.

Zadatak:	9	10	11	12	13	Σ
Bodovi:	1	3	2	3	1	10
Osvojeni bodovi:						

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 – popravak 1. kolokvija 7.7.2010

Teorijska pitanja

- (1) 9. Što je slika linearnog preslikavanja?
- (3) 10. Neka su A i B kvadratne matrice tipa $n \times n$. Dokažite da je tada $AB = I$ ako i samo ako je $BA = I$.
- (2) 11. Neka su $A_1, \dots, A_s$ regularne. Dokažite $(A_1 \dots A_s)^{-1} = A_s^{-1} \dots A_1^{-1}$.
- (3) 12. Iskažite i dokažite Binet-Cauchyjev teorem.
- (1) 13. Definirajte matricu T_σ permutacije σ .