

Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Bodovi:	6	3	5	4	4	6	6	6	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - 2. kolokvij 15.6.2010

- (6) 1. Neka je $A \in M_2(\mathbb{R})$ proizvoljna matrica. Dokažite da je operator $T_A: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ zadan s

$$T_A(X) = XA - AX$$

linearan. Za

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

odredite po jednu bazu za jezgru i sliku od T_A , te rang i defekt operatora T_A .

- (3) 2. Nađite po jednu bazu te odredite dimenzije sljedećih vektorskih prostora.

(a) $\mathcal{S} = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ je simetrična}\}$

(b) $T_d = \{A \in M_3(\mathbb{R}) \mid A \text{ je donjetrokutasta}\}$

- (5) 3. Riješite sljedeći sistem jednačbi gdje su nepoznanice kvaternioni Z_1 i Z_2 . (I, J_1, J_2, J_3 su oznake kvaterniona s predavanja i vježbi)

$$Z_1 - J_1 Z_2 = 0$$

$$J_2 Z_1 - J_3 Z_2 = 2J_2$$

- (4) 4. Odredite svojstvene vrijednosti te pripadajuće svojstvene vektore sljedeće matrice:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (4) 5. Izračunajte:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{100}.$$

- (6) 6. Riješite Cauchyjev problem

$$y_1'(t) = 4y_1(t) - 2y_2(t),$$

$$y_2'(t) = y_1(t) + y_2(t),$$

$$y_1(0) = 1,$$

$$y_2(0) = 0.$$

- (6) 7. Nađite dijagonalni oblik sljedeće kvadratne forme:

$$Q(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2.$$

- (6) 8. Neka je g_1 rotacija oko x -osi za kut $\pi/2$, g_2 rotacija oko y -osi za kut $\pi/2$ i g_3 rotacija oko z -osi za kut $\pi/2$. Nađite os i kut rotacije od $g = g_1g_2g_3$.

Zadatak:	9	10	11	12	13	14	Σ
Bodovi:	2	1	2	2	1	2	10
Osvojeni bodovi:							

JMBAG: _____

IME I PREZIME: _____

Linearna algebra 2 - 2. kolokvij 15.6.2010

Teorijska pitanja

- (2) 9. Dokažite da je $\dim L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m) = n \cdot m$.
- (1) 10. Napišite tablicu množenja za imaginarne jedinice $J_1, J_2, J_3 \in \mathbb{H}$.
- (2) 11. Dokažite da je λ nultočka svojstvenog polinoma matrice A ako je $Av = \lambda v$ za neki $v \neq 0$.
- (2) 12. Dokažite da je $(AB)^* = B^*A^*$.
- (1) 13. Iskažite teorem o dijagonalizaciji hermitskog operatora.
- (2) 14. Napišite sve matrice iz $O(2)$.