Zadatak:	1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$
Bodovi:	4	5	6	3	6	6	6	4	40
Osvojeni bodovi:									

JMBAG: ________________ IME I PREZIME: ____________________________

Linearna algebra 2 - 1. kolokvij

28.4.2010

(4) 1. Koji od sljedećih operatora je linearan. U slučaju da je operator linearan dati dokaz, inače primjerom pokazati da nije linearan. Također, ako je operator linearan, odredite mu matricu u kanonskim bazama.

(a) $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \quad A(x,y,z) = (x+3y, y-3z)$

(b) $B\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad B(x,y) = (x, \cos y)$

(5) 2. Neka je $P_{yz}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator ortogonalne projekcije na ravninu $y-z$, te neka je $R_\phi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator rotacije oko osi z za kut ϕ. Odredite matricu operatora $R_\phi \circ P_{yz}$ u kanonskoj bazi.

(6) 3. Odredite inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) 4. Odredite koordinate vektora $(14,9) \in \mathbb{R}^2$ u uređenoj bazi $((4,4),(0,2))$.

(6) 5. Neka je $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ linearan operator zadan matricom

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

u kanonskim bazama. Odredite matricu operatora A u paru baza

$$F = ((1,0,1),(0,1,0),(0,1,2)) \quad \text{i} \quad G = ((1,1),(0,2)).$$

(6) 6. Neka je $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matricom

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

u kanonskoj bazi. Odredite po jednu bazu za sliku i jezgru, te rang i defekt operatora A. Da li je operator A injekcija (obrazložite svoj odgovor)?

(6) 7. Neka je $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ operator zadan s

$$A(x,y,z) = (\lambda x + y, 2x + 2y + z, \lambda y + 2z),$$

gdje je $\lambda \in \mathbb{R}$. Dokažite da je A linearan operator. Za koje vrijednosti λ je operator A regularan.

(4) 8. Odredite inverz permutacije

$$\sigma = (416352).$$

Izračunajte predznak permutacije σ i predznak njenog inverza.

Zadatak:	9	10	11	12	13	$\sum$
Bodovi:	3	1	1	3	2	10
Osvojeni bodovi:						

JMBAG: ________________ IME I PREZIME: ________________________

Linearna algebra 2 - 1. kolokvij

28.4.2010

Teorijska pitanja

(3) 9. Neka je $A\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ linearno preslikavanje. Dokažite da je A surjekcija ako i samo ako je A injekcija.

(1) 10. Neka su A i B regularne matrice. Dokažite $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

(1) 11. Neka su V i W realni konačno dimenzionalni vektorski prostori i $A\colon V \to W$ linearno preslikavanje. Definirajte matricu A_{FE} za par uređenih baza E i F.

(3) 12. Iskažite i dokažite Binet-Cauchyjev teorem.

(2) 13. Dokažite da su uređene baze E i G jednako orijentirane ako su E i F te F i G jednako orijentirane.