1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ

JMBAG

Ime i Prezime

Linearna algebra - 2. kolokvij

10.2.2010.

1. (2 boda) Izračunajte kosinus kuta između vektora $(1,0,-1)$ i $(2,1,1)$.
2. (5 bodova) Odredite projekciju vektora $v=(1,1,1,0)$ na potprostor razapet skupom vektora $\{(1,0,-1,0),(2,1,1,-1)\}$.
3. (5 bodova) Gram-Schmidtovim postupkom ortonormirajte skup vektora $\{(1,1,0,0),(0,1,1,0),(0,0,1,1)\}$.
4. (5 bodova) Metodom najmanjih kvadrata riješite sustav
$$\begin{array}{rrl} x & +2y & =-1, \\ -x & +y & =1, \\ x & +y & =3. \end{array}$$
5. (5 boda) Izračunajte determinantu
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$
6. (5 bodova) Odredite za koje vrijednosti parametra $\lambda \in \mathbb{R}$ sustav jednadžbi
$$\begin{array}{cccl} (1+\lambda)x_1 & +x_2 & +x_3 & =1, \\ x_1 & +(1+\lambda)x_2 & +x_3 & =\lambda, \\ x_1 & +x_2 & +(1+\lambda)x_3 & =\lambda^2 \end{array}$$
možemo riješiti pomoću Cramerovog pravila?
7. (2 boda) Izračunajte volumen paralepipeda razapetog vektorima $(1,1,1)$, $(1,2,3)$ i $(-1,0,1)$.
8. (2 boda) Izračunajte vektorski produkt $a\times b$ za vektore $a=(1,0,-1)$ i $b=(2,1,1)$.
9. (4 boda) Odredite jednadžbu ravnine Σ kroz ishodište koja je pararalelna pravcima $p_1 \ldots \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ i $p_2 \ldots \frac{x}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-3}$.
10. (2 boda) Odredite projekciju točke $(0,-1,-2)$ na pravac $\langle q\rangle$ kroz ishodište s vektorom smjera $q=(2,2,3)$.
11. (3 boda) Odredite pravac koji je okomit na pravac $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{y-3}{3}$ i prolazi točkom $(1,1,1)$.

1	2	3	4	5	Σ

JMBAG

IME I PREZIME

Linearna algebra - 2. kolokvij

Teorijska pitanja 10.2.2010.

1. (2 boda) Neka je $v_1, \ldots, v_k$ ortonormirani skup. Dokažite da je

$$Q(x) = x - \sum_{i=1}^{k} (x \mid v_i) v_i \perp \langle v_1, \ldots, v_k \rangle.$$

2. (2 boda) Opišite Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije linearno nezavisnog skupa vektora.

3. (2 boda) Dokažite $\det(a + \lambda b, b, c) = \det(a, b, c)$.

4. (2 boda) Iskažite i dokažite Cramerovo pravilo.

5. (2 boda) Dokažite da je $a \times b$ okomica na ravninu $\langle a, b \rangle$ razapetu linearno nezavisnim vektorima $a, b \in \mathbb{R}^3$.