

Linearna algebra za fizičare 1. zadaća

1. Sustave jednadžbi zapišite u matricnom obliku i riješite pomoću elementarnih transformacija:

(a)

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$$

$$-x_2 - 2x_3 + x_4 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3;$$

(b)

$$2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11$$

$$3x_1 - x_2 + 5x_3 = 16$$

$$x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -7;$$

(c)

$$2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = -3$$

$$5x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2$$

$$3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 0.$$

2. Riješite sustav u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$(\lambda + 1)x_1 + (\lambda + 2)x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4$$

$$\lambda x_2 - \lambda x_3 = -1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1.$$

3. Odredite, ako postoji prikaz vektora x pomoću vektora iz skupa B :

(a) $x = (1, 0, 1)$, $B = \{(-1, 1, 0), (2, 0, -1), (0, 1, 1)\}$;

(b) $x = (1, 0, 1, 2)$ $B = \{(1, 0, 1, 0), (1, -1, 0, 1), (0, 1, 1, -1)\}$

(c) $x(t) = -t^3 + t^2 + 2t + 1$, $B = \{t^3 + 1, t^2 - t + 1, t - 2\}$;

(d) $x = (3, 0, 1 - 2i)$, $B = \{(1, i, 1 - i), (i, 1, 2), (1, 0, i)\}$ u $\mathbb{C}_{\mathbb{C}}^3$ i $\mathbb{C}_{\mathbb{R}}^3$.

4. Provjerite jesu li linearne ljuske jednake:

(a) $L((1, 0, 0, 1), (2, 1, -1, 1), (0, 1, -1, 1)),$
 $L((3, 1, -1, 2), (-1, -1, 1, 0), (1, 1, -1, 1))$

(b) $L((1, 1, 0, -1), (0, -1, 1, 1), (1, 0, -1, 1)),$
 $L((-1, 3, 2, 1), (1, 0, 1, 0), (1, -1, 0, 2)).$

5. Provjerite linearnu nezavisnost, pa nadopunite do baze skupove B u vektorskom prostoru V :

(a) $B = \{(0, 1, 0, 0, 0), (1, 2, 1, 0, 1), (1, 1, 0, 0, 0)\}, V = \mathbb{R}^5;$

(b) $B = \{(1, 2, 3, 4, 5), (2, 3, 4, 5, 1), (1, 1, 1, 1, 1)\}, V = \mathbb{R}^5;$

(c) $B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}, M_2(\mathbb{C}) \text{ nad } \mathbb{C}.$

6. Provjerite čine li sljedeći skupovi vektorski prostor i odredite im bazu i dimenziju

(a) skup svih aritmetičkih nizova;

(b) skup svih geometrijskih nizova.