

Linearna algebra za fizičare 6. zadaća

1. Odredite determinante matrica:

(a) pomoću formule za 2×2 determinantu :

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix};$$

(b) Laplaceovim razvojem po proizvoljnom retku ili stupcu:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

(c) provjerite rezultat pomoću formule za računanje 3×3 determinante;

(d) odredite determinantu operatora za kojeg vrijedi $P^2 = P$;

(e) pomoću elementarnih transformacija:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Koje su matrice u prethodnom zadatku regularne, a koje singularne?

Koji pripadni homogeni sustavi imaju jedinstveno rješenje?

3. Je li determinanta linearni operator?

4. Odredite volumen paralepipeda razapetog vektorima $a = (1, 2, 3)$, $b = (-1, 0, 1)$, $c = (-1, 2, 0)$. Jesu li vektori a, b, c komplanarni?

5. Izračunajte vektorski produkt $a \times b$ vektora $a = 3i + 2j + 4k$ i $b = i - j + k$.

6. Pomoću Cramerovog pravila odredite nepoznanicu z :

$$2x + y + z = 1 \tag{1}$$

$$3x + z = 4 \tag{2}$$

$$x - y - z = 2. \tag{3}$$

7. Napišite sve permutacije reda 3.

8. Pomoću permutacija opravdajte pravilo za računanje 3×3 determinante.

9. Izračunajte determinantu umnoška AB ako su A i B matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Vrijedi li $\det(AB) = \det(BA)$?