

Zadaća III- Linearni operatori na $\mathbb{R}^n$, Algebra matrica

1. Odredite matrični prikaz linearnog operatora $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ (u paru standardnih baza) koji svaki vektor rotira oko x -osi za 60° , a zatim ortogonalno projicira na y -os.
2. U paru standardnih baza odredite matrične prikaze sljedećih linearnih operatora
 - a) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $T(x, y, z) = (3x - y - z, x + 2y, 4z, -y + 3z)$,
 - b) $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $S(x, y, z) = (x + y - z, x + 2y - 2z, 3z)$,
 - c) $T \circ S$.
3. Odredite $T(x_1, x_2, x_3)$, gdje je $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearan operator zadan matričnim prikazom (u paru standardnih baza):

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Izračunajte sljedeće:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 0 & -b \\ -b & a & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Neka je $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Izračunajte $(A \cdot A^t)^2 - 2I$.

6. Odredite inverze matrica:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 7 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ -\cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$