

Diskretna matematika - Druga zadaća

1. Odredite broj

- (a) 4-permutacija skupa $\{a, b, c, d, e\}$.
- (b) 4-permutacija s ponavljanjem skupa $\{a, b, c, d, e\}$.
- (c) permutacija multiskupa $\{a^3, b^2, c^5, d, e^2\}$.
- (e) 4-kombinacija skupa $\{a, b, c, d, e\}$.
- (e) 4-kombinacija skupa s ponavljanjem $\{a, b, c, d, e\}$.

2. Kolokvij iz diskretne matematike se sastoji od 10 zadataka. Na koliko se načina mogu bodovati zadaci ukoliko je ukupan broj bodova 100, te svaki zadatak nosi barem 5 bodova?

3. Odredite koliko se 5-znamenkastih brojeva može napraviti od znamenaka broja 995242949.

4. Odredite koliko postoji različitih cikličkih zapisa permutacija:

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Imamo 30 različitih zadataka koje želimo podijeliti grupi od deset studenata. Na koliko načina možemo

- a) podijeliti zadatke ako nije nužno da svaki student dobije zadatak, ali svaki od 30 zadataka mora dobiti točno jedan student?
- b) podijeliti zadatke ako svaki student mora dobiti točno jedan zadatak, pri čemu mogu neki studenti dobiti i isti zadatak?
- c) podijeliti zadatke ako svaki student mora dobiti točno jedan zadatak, pri čemu ne mogu dva studenta dobiti isti zadatak?
- d) podijeliti zadatke ako nije nužno da svaki student dobije zadatak, ali niti jedan student ne smije dobiti dva ista zadatka?

- e) podijeliti zadatke ako svaki student mora dobiti točno tri zadatka, pri čemu niti jedan student ne smije dobiti dva ista zadatka i niti jedna dva studenta ne smiju dobiti isti zadatak?
- f) podijeliti zadatke ako svaki student mora dobiti točno tri zadatka, pri čemu niti jedan student ne smije dobiti dva ista zadatka i dva studenta mogu dobiti isti(e) zadatak?
- g) grupirati zadatke u deset grupa od po tri zadatka? Studenti će moći birati koju grupu zadataka žele uzeti.
6. Neka je X skup koji sadrži n elemenata. Odredite koliko ima:
- relacija na skupu X ;
 - simetričnih relacija na skupu X ;
 - refleksivnih relacija na skupu X ;
 - refleksivnih i simetričnih relacija na skupu X ;
 - refleksivnih i antisimetričnih relacija na skupu X ?
7. Neka je S skup od n elemenata i k prirodan broj. Odredite broj uređenih k -torki (S_1, \dots, S_k) podskupova od S , takvih da je
- $S_i \cap S_j = \emptyset$ ($\forall i \neq j$).
 - $S_1 \cap \dots \cap S_k = \emptyset$.
 - $S_1 \cup \dots \cup S_k = S$.
 - $S_1 \cup \dots \cup S_k = S$, $|S_i| = n_i$ i $S_i \cap S_j = \emptyset$ ($\forall i \neq j$).
8. Neka su $r, n, k \in \mathbb{N}$, takvi da vrijedi $r \geq (n - 3) \cdot k$ i $n \geq 5$. Odredite broj rasporeda r jednakih loptica u n različitih kutija, tako da točno tri kutije ostanu prazne, dvije kutije imaju točno k loptica i svaka od preostalih kutija sadrži barem k loptica.
9. Neka je dan skup A od n elemenata.
- Odredite koliko ima bijekcija $f : A \rightarrow A$;
 - odredite koliko ima bijekcija $f : A \rightarrow A$ koje su same sebi inverz i nemaju fiksnih točaka;
 - odredite koliko ima rastućih funkcija $f : A \rightarrow A$.