

Specijalan slučaj: Izvršitelj **Turingov stroj**

(A. M . Turing, “On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem”, *Proc. of the London Math. Society*, 2<sup>nd</sup> Series, 42: pp.230-265, 1936.)

Raščlanjivanje računskog postupka na vrlo jednostavne, elementarne operacije kod Turingovog stroja (TS) svedeno je do graničnih mogućnosti.

Definicija TS iz teorije automata:

$TS = (Q, S, T, b, q_0, q_f, \delta)$

Komponente Turingovog stroja:

**Vanjska memorija TS** je s obje strane neograničena vrpca (traka) podijeljena na polja – svako polje može sadržavati **samo jedan** znak.

TS barata konačnim brojem **znakova (simbola)**:

$s_1, s_2, \dots, s_k$  koji oblikuju **vanjsku abecedu stroja**

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$$

U skupu  $S$  nalazi se i **prazni (pusti) simbol  $b$** :

- upisivanjem praznog znaka u bilo koje polje vrpce briše se znak koji se tamo nalazio
- izraz zapisan na vrpci predstavljen je konačnim nizom znakova vanjske abecede (različitih od praznog znaka)

Skup  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_{|T|}\}$  – skup simbola koji se pojavljuju na vrpici bez praznih simbola

Rad Turingovog stroja:

- Na početku rada stroja na vrpici se nalazi zapisan **početni izraz (početna, ulazna informacija)**;
- Rad stroja se odvija u **taktovima**  
(Odvijanjem taktova stroj početnu informaciju preoblikuje u međuinformaciju, itd.; na kraju svakog takta znaci zapisani na vrpici stroja oblikuju odgovarajuću međuinformaciju)

$\mathcal{A}$  – početna informacija zapisana na vrpici na početku rada stroja

**Dva slučaja:**

1. Nakon konačnog broja taktova stroj se zaustavlja dajući Stop-signal i pri tomu je na vrpici zapisana informacija  $\mathcal{B}$ .

**Stroj je primjenjiv za početnu informaciju  $\mathcal{A}$  i prerađuje je u informaciju ili rezultat  $\mathcal{B}$ .**

2. Stroj nikad ne staje i nikad ne daje Stop-signal.

Stroj nije primjenjiv za početnu informaciju  $\mathcal{A}$ .

$Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_{|Q|-1}\}$  – skup **unutarnjih stanja**

$q_0$  - početno stanje stroja

$q_f$  - konačno stanje stroja

Sustav elementarnih operacija i naredbi:

- u svakom taktu naredba propisuje samo zamjenu **pojedinačnog znaka**  $s_i$ , upisanog u promatranom polju, nekim drugim znakom  $s_j$ :

- ako je  $j = i$  sadržaj se promatranog polja ne mijenja;
- ako je  $s_j = b$  sadržaj se promatranog polja briše.
- ako je  $j \neq i$  tada se  $s_i$  zamijenjuje sa  $s_j$ ;

Pri prijelazu s jednog takta na drugi adresa se promatranog polja može promijeniti **najviše za jedinicu**;

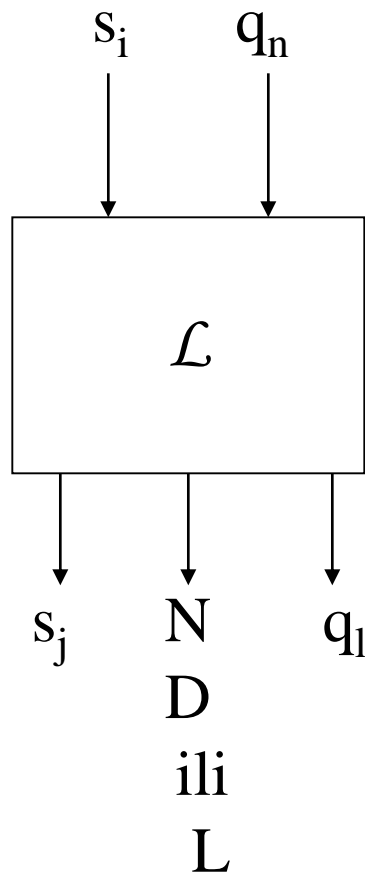
Turingov stroj ima **glavu za čitanje i pisanje (R/W head)** – njome stroj može promatrati ili lijevo susjedno polje ili desno susjedno polje na vrpci (ili pak isto polje kao u prethodnom taktu).

Glava za čitanje ili pisanje može se u jednom taktu pomaknuti za **najviše jedno polje (ulijevo ili udesno)** u odnosu na trenutni položaj

Tri “standardne” adresne naredbe:

- D – promatraj desno susjedno polje;
- L – promatraj lijevo susjedno polje;
- $\emptyset$  ili N – ostani na istom polju.

Obrada informacije u Turingovom stroju odvija se u **logičkom bloku**  $\mathcal{L}$  koji se može nalaziti u nekom od konačnog broja unutarnjih stanja  $Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_{|Q-1|}\}$ .



$$P = \{N, D, L\}$$



Ulazna dvojka:  $(s_i, q_n)$

Izlazna trojka:  $(s_j, p, q_l)$

$p \in P$

Logički blok  $\mathcal{L}$  ostvaruje funkciju koja svakoj dvojci na ulazu pridružuje izlaznu trojku.

$\delta$  - logička funkcija stroja

$$\delta: S \times Q \rightarrow S \times P \times Q$$

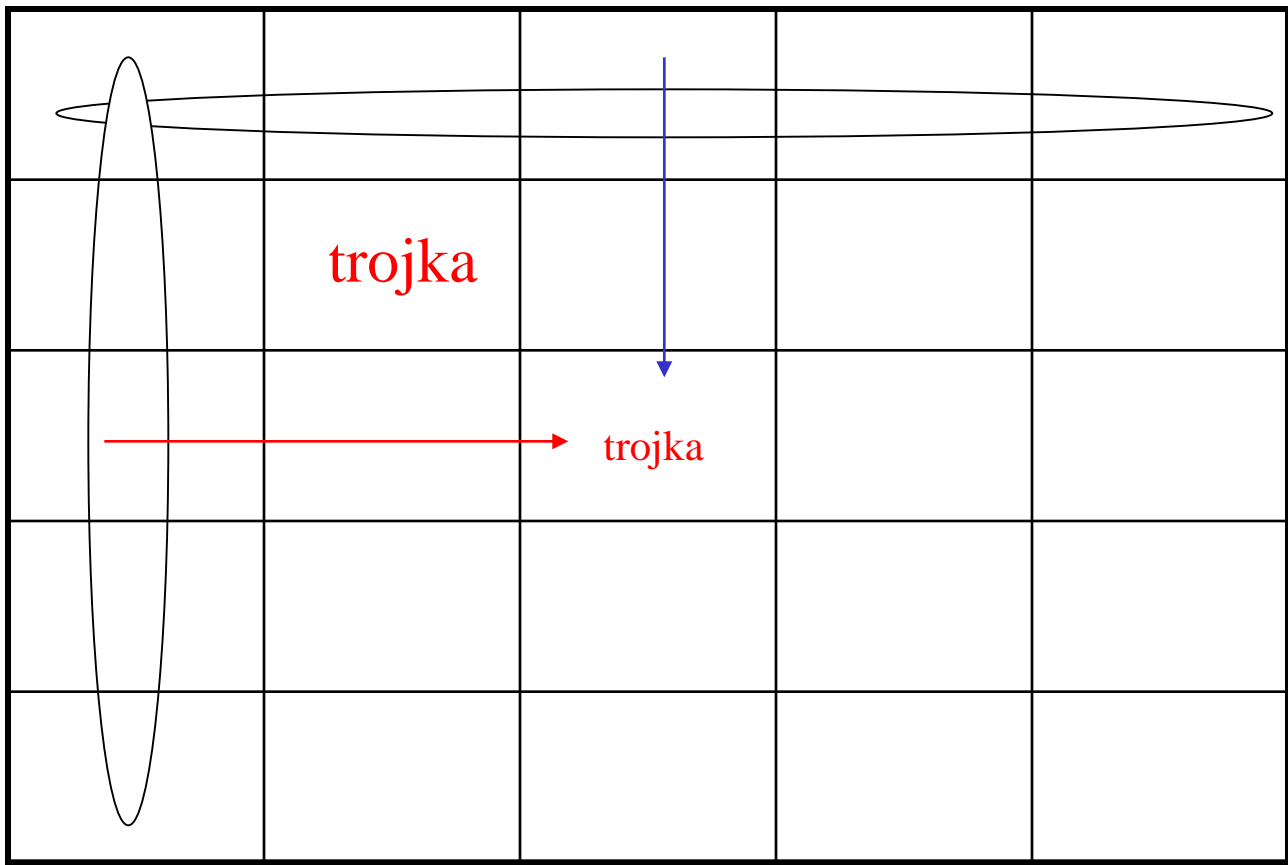
Logička se funkcija stroja može prikazati tablicom koja se naziva **funkcionalna shema TS**

	$q_1$	$q_2$	$q_3$	...
$\wedge$	$q_4 D \wedge$	$q_3 L  $	$q_1 D \alpha$	...
$ $	$q_2 N \alpha$	$q_4 D \wedge$	$q_3 N \beta$	...
$\alpha$	$q_1 D \alpha$	$q_2 D \alpha$	$q_4 N \alpha$	...
$\beta$	...	...	...	...

Vanjska abeceda



Unutarnja stanja



Funkcionalna shema stroja

## Turingov stroj:

$$TS = (Q, S, T, b, q_0, q_f, \delta)$$

$Q$  – skup unutarnjih stanja stroja;

$S$  – skup simbola vanjske abecede;

$T = S / b$ ;

$b$  – prazni simbol;

$q_0$  – početno stanje stroja;

$q_f$  – konačno stanje stroja;

$\delta$  - logička funkcija stroja

# Shematski prikaz TS-a:

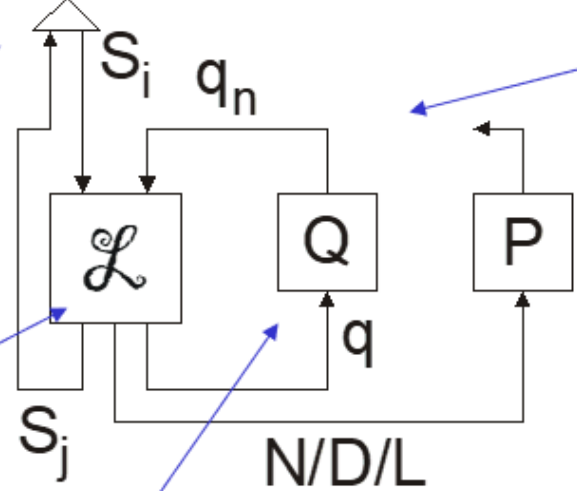
Vanjska memorija



Glava za čitanje i pisanje

Logički blok stroja

Polje za pohranu unutarnjeg stanja

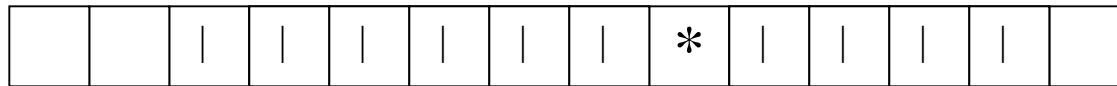


Prema mehanizmu za pomak glave

Polje P

# Primjer 1: Zbrajanje Turingovim strojem

Početo stanje:



$q_0$

Konačno (željeno) stanje:



Zadatak: Napisati “program” za TS koji zbraja štapiće!



$q_0$

Vanjska abeceda:  $S = \{ |, *, b \}$

Skup unutarnjih stanja:  $Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_f = ! \}$

Rješenje:

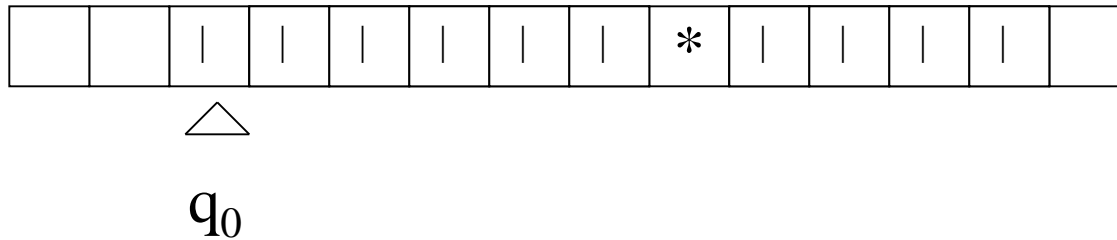
	$q_0$	$q_1$	$q_2$
	$q_2Db$	$q_1L $	$q_2D $
b	$q_0Db$	$q_0Db$	$q_1N $
*	<b>!</b> $Nb$	$q_1L^*$	$q_2D^*$

$$b = \wedge$$



Analiza rješenja:

Početno stanje:



Prvi takt: Promatrani štapić se briše i glava se pomiče udesno  
te stroj prelazi u stanje  $q_2$

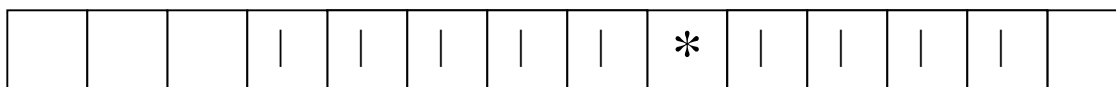
$$(|, q_0) \rightarrow (q_2, D, b)$$



$q_2$

Drugi takt:

$(|, q_2) \rightarrow (q_2, D, |)$



$q_2$

Treći takt:

$$(|, q_2) \rightarrow (q_2, D, |)$$

Četvrti takt:

$$(|, q_2) \rightarrow (q_2, D, |)$$

Peti takt:

$$(|, q_2) \rightarrow (q_2, D, |)$$

...

7. takt

$$(*, q_2) \rightarrow (q_2, D, *)$$

...

11. takt:

$$(|, q_2) \rightarrow (q_2, D, |)$$

12. takt:

$$(b, q_2) \rightarrow (q_1, N, |)$$

13. takt:

$$(|, q_1) \rightarrow (q_1, L, |)$$

14.takt:

$$(|, q_1) \rightarrow (q_1, L, |)$$

15.takt:

$$(|, q_1) \rightarrow (q_1, L, |)$$

...

18. takt:

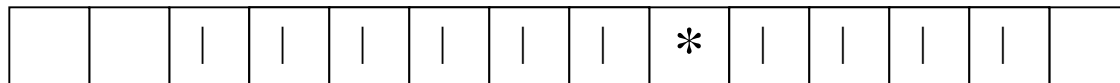
$$(*, q_1) \rightarrow (q_1, L, *)$$

...

Definicija k-te konfiguracije Turingovog stroja:

Slika vrpce s informacijom koja se na njoj nalazi u početku k-tog takta, pri čemu je ispod promatranog polja zapisan znak stanja koji ulazi u logički blok  $\mathcal{L}$  u početku k-tog takta.

# Ilustracija k-tih konfiguracija:



$q_0$

1. konfiguracija



$q_2$

2. konfiguracija



$q_2$

3. konfiguracija



12. konfiguracija



$q_2$



13. konfiguracija



$q_1$



24. konfiguracija



$q_1$

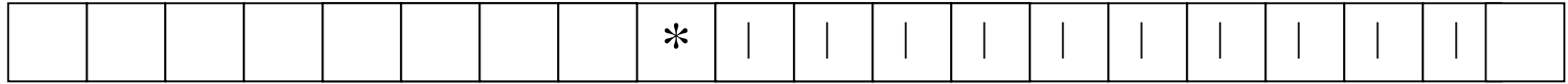


25. konfiguracija



$q_0$

Predzadnja konfiguracija:



$q_0$

Zadnja konfiguracija:



$q_f$



## 2. Primjer:

Inkrementiranje broja predočenog u dekadskom brojevnom sustavu  
 $/n \rightarrow n + 1/$ :

Zadan je dekadski zapisan broj  $n$ , treba naći dekadski zapis broja  
 $n+1$

Vanjska abeceda: 0, 1, 2, ..., 9, b

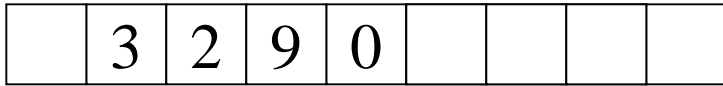
Unutarnja stanja stroja:  $q_0$  (početno i ujedno radno stanje) i  $q_f$  –  
konačno stanje stroja.

# Rješenje: Funkcionalna shema stroja

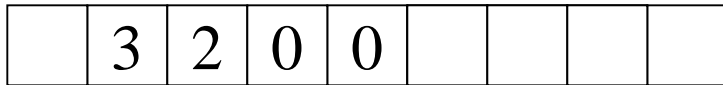
	$q_0$
0	!N1
1	!N2
2	!N3
3	!N4
4	!N5
5	!N6
6	!N7
7	!N8
8	!N9
9	$q_0L0$
???	????



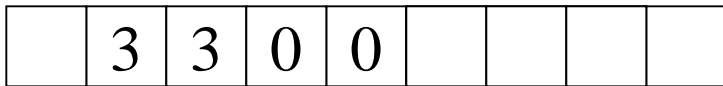
$q_0$



$q_0$



$q_0$

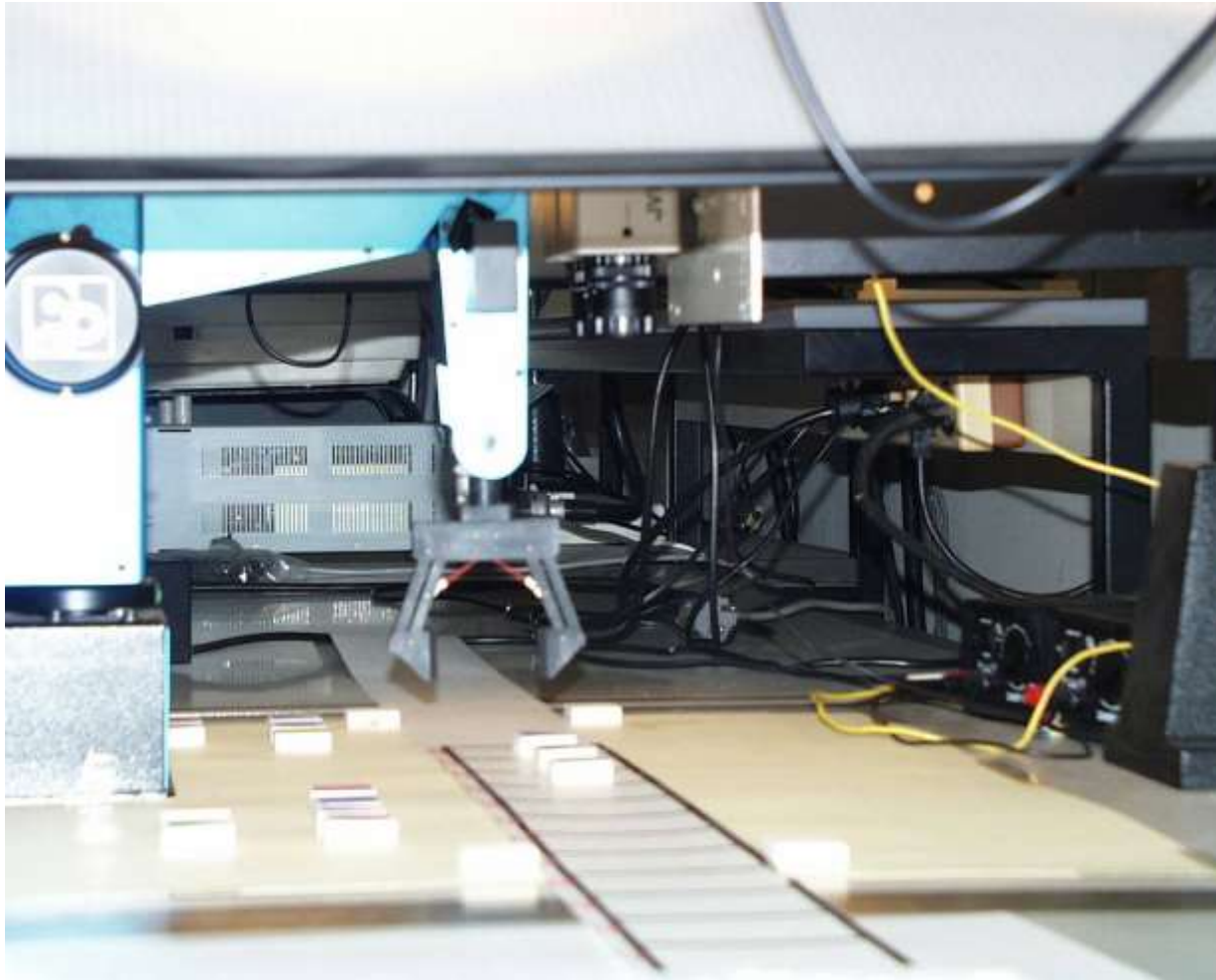


!

	$q_0$
0	!N1
1	!N2
2	!N3
3	!N4
4	!N5
5	!N6
6	!N7
7	!N8
8	!N9
9	$q_0L0$
b	!N1

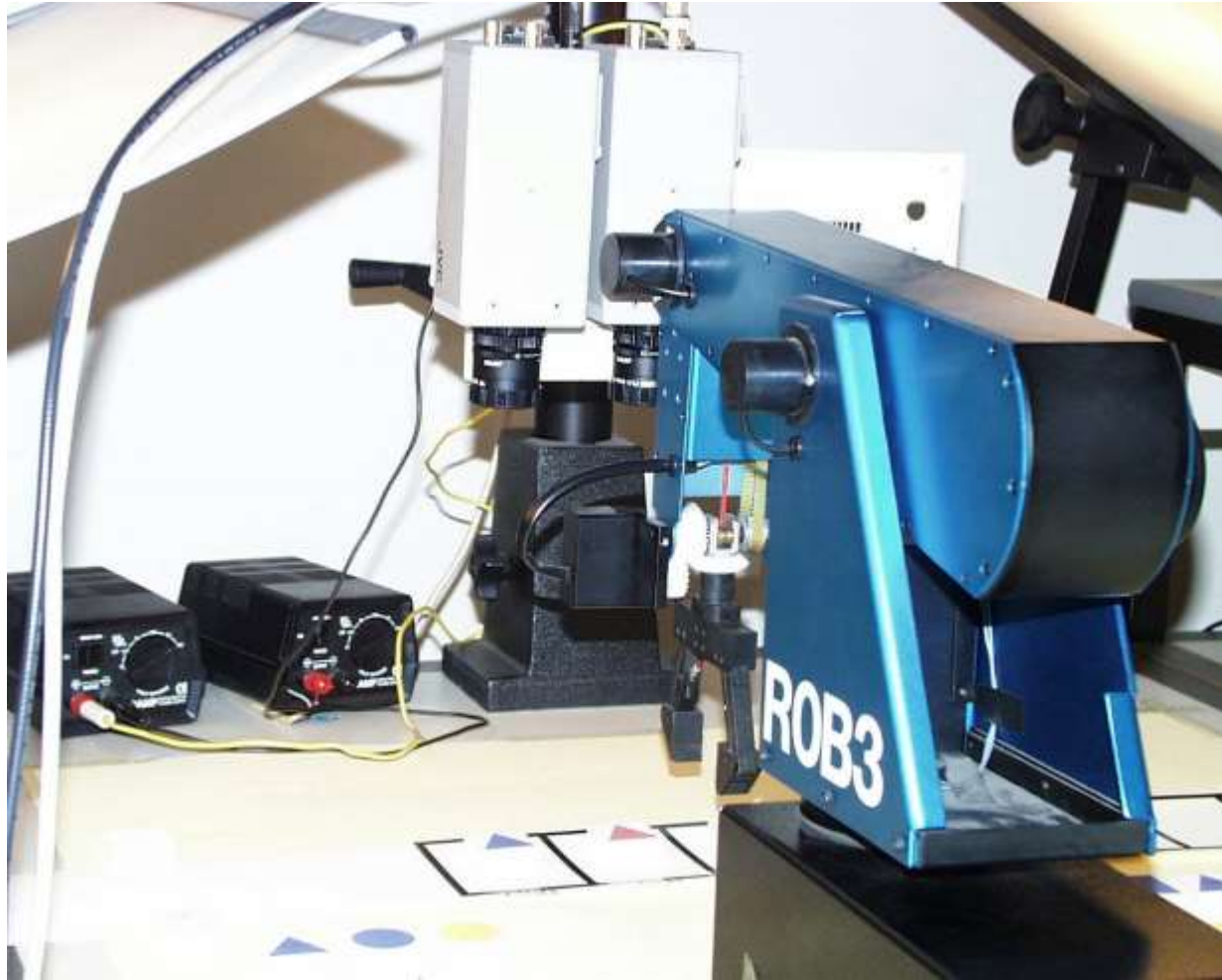
# Fizička izvedba Turingovog stroja

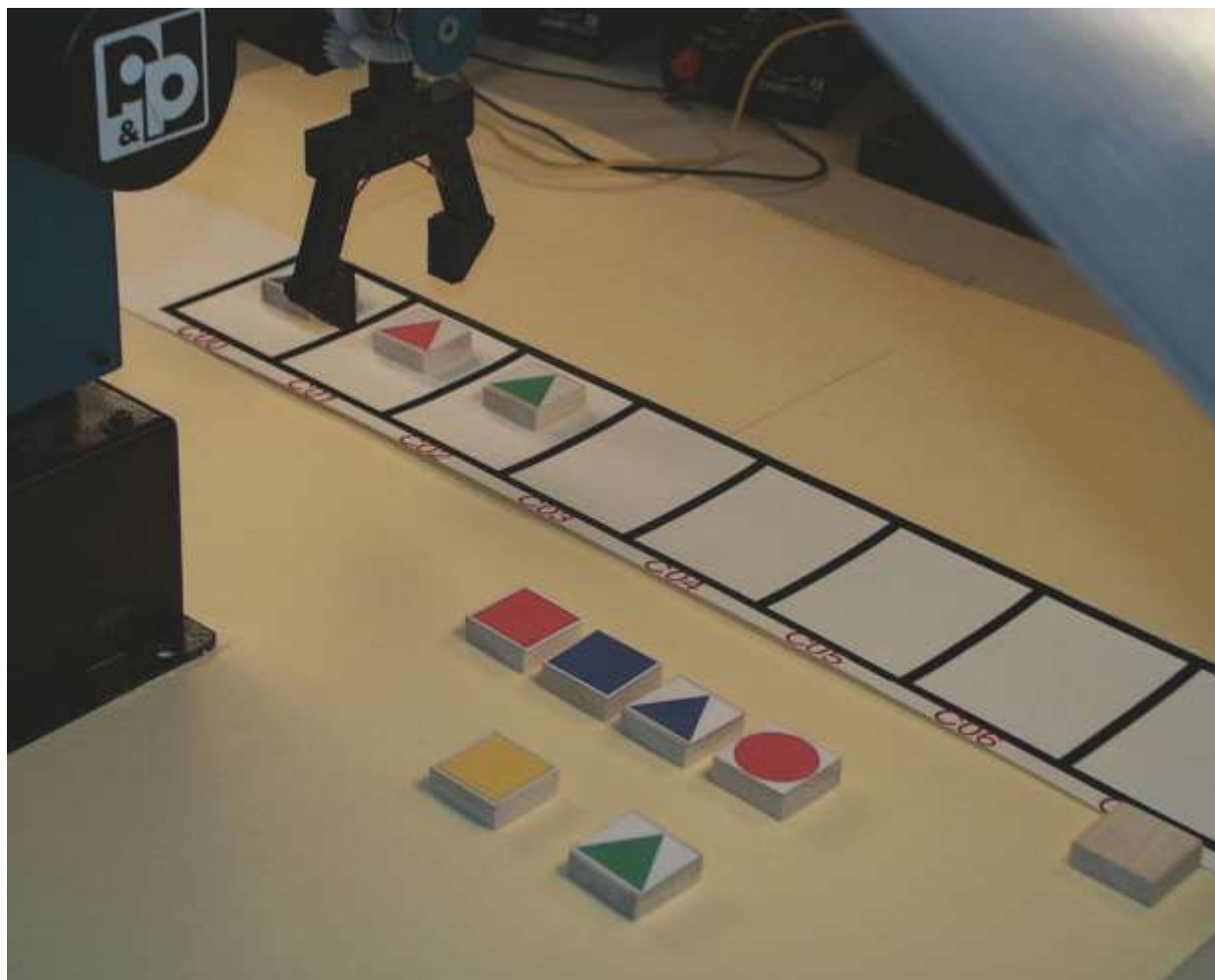
(S. Ribarić, M. Krleža, N. Pavešić, “A Turing Machine with Robot Arm and Eye”,  
Proc. of the 5<sup>th</sup> IEEE Conf. on Intelligent Eng. Systems, INES 2001, Helsinki, 273-276.)



U fizičkoj izvedbi Turingovog stroja koriste se zasadi *raspoznavanja uzoraka, robotike i umjetne inteligencije*

- Glava za čitanje i pisanje: kombinacija robotske ruke i TV kamere;
- Vanjska memorija: Papirna vrpca s označenim poljima;
- Umjesto pomaka glave za čitanje i pisanje pomiče se vrpca;
- Simboli vanjske abecede su pločice s geometrijskim likovima u boji;
- Logički blok ostvaren osobnim računalom;
- Postojanje “poola” simbola vanjske abecede;





# Izgled korisničkog sučelja za programiranje TS-a:

