

Elementarna matematika 2

1. domaća zadaća, 14.4.2022.

1. Točke P i Q su polovišta nasuprotnih stranica \overline{AB} i \overline{CD} paralelograma $ABCD$. Dužine DP i BQ sijeku dijagonalu \overline{AC} redom u točkama M i N . Dokažite da točke M i N dijele dijagonalu na tri sukladna dijela.
2. Dan je trokut ABC s tupim kutom u vrhu B . Neka su D i E polovišta stranica \overline{AB} i \overline{AC} redom. Nadalje, neka je F točka na stranici \overline{BC} takva da je kut $\angle BFE$ pravi te G točka na dužini \overline{DE} takva da je kut $\angle BGE$ pravi. Dokažite da točke A , F i G leže na istom pravcu ako i samo ako vrijedi $2|BF| = |CF|$.
3. Upisana kružnica pravokutnog trokuta ABC dodiruje hipotenuzu \overline{AB} u točki M . Dokažite da je površina tog trokuta jednaka $|AM| \cdot |BM|$.
4. U trapezu $ABCD$ duljine osnovica \overline{AB} i \overline{CD} odnose se kao $3 : 2$. Na kraku \overline{BC} leži točka M takva da je $|BM| : |MC| = 3 : 2$. Pravci AM i BD sijeku se u točki X , a pravci AM i DC u točki Y . U kojem omjeru točka X dijeli dužinu \overline{AY} ?
5. Neka je $ABCD$ kvadrat i neka je M točka na manjem luku \widehat{AB} kružnice opisane tom kvadratu. Dokažite da izraz

$$\frac{|AM| + |BM|}{|CM| + |DM|}$$

ne ovisi o izboru točke M .

Napomena. Rješenja zadaće predaju se na prvom kolokviju 28.4.2022.