

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Druga zadaća

1. Zadana je trostrana prizma $ABCA_1B_1C_1$ i točka T u trokutu $\triangle ABC$. Neka je točka T_1 težište trokuta $\triangle A_1C_1T$. Ako vrijedi

$$\overrightarrow{A_1T_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A_1A} + \frac{1}{9}\overrightarrow{A_1B_1} + \frac{4}{9}\overrightarrow{A_1C_1}$$

dokažite da je T težište trokuta $\triangle ABC$.

2. Dokažite da za svaka tri vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vrijedi:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}.$$

3. Nad katetama pravokutnog trokuta ABC s pravim kutom u vrhu C konstruirani su jednakostranični trokuti BCF i CAE . Dokažite da je $\overline{CE} \perp \overline{FB}$.
4. Dan je trokut ABC , točka M na stranici AB i točka N na stranici BC takve da je $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ i $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$. Točka P je sjecište dužina AN i CM . Izračunajte površinu četverokuta $MBNP$ ako je površina trokuta ABC 30cm^2 .
5. Neka su $A = (-1, -1, 4), B = (-2, -1, 6), C = (-2, -2, 3)$ i $D' = (1, 0, -1)$ neki od vrhova paralelepipeda $ABCD'A'B'C'D'$. Odredite koordinate preostalih vrhova i volumen tog paralelepipeda.