

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

2. domaća zadaća, 16.6.2017.

1. Dani su pravci $p \dots \frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$, $q \dots \frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{3} = \frac{z+6}{4}$ i ravnina $\pi \dots x+2y+z = 10$.
Odredite površinu trokuta ABC ako je $A = p \cap q$, $B = p \cap \pi$ i $C = q \cap \pi$.
2. Odredite jednadžbu ravnine koja je okomita na ravninu $x + 2y - z = 1$, paralelna s pravcem $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-1}{4}$ i prolazi kroz točku $(1, 0, -1)$.
3. Neka je pravac p_1 zadan kao presjek ravnina $y = 3$ i $2x + y - z = 6$, a pravac p_2 kanonskom jednadžbom $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$. Pokažite da pravci p_1 i p_2 leže u istoj ravnini i odredite jednadžbu te ravnine.
4. Odredite zajedničku normalu pravaca $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{4}$ i $\frac{x-5}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-4}{4}$.
5. Odredite skup točaka koje su jednako udaljene od ravnina:
 - (a) $x + 2y - z = 5$ i $2 - \frac{1}{2}x - y + \frac{1}{2}z = 0$,
 - (b) $2x + y + z + 1 = 0$ i $x - y + 3z = 4$.
6. Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu π , ako je:
 - (a) $p \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i $\pi \dots 3y - 2x + 4z + 1 = 0$,
 - (b) $p \dots \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{2z-3}{4}$ i $\pi \dots 2y - 3x - \frac{1}{2}z - 1 = 0$.
7. Odredite jednadžbe zajedničkih tangenata elipse $x^2 + 3y^2 = 3$ i hiperbole $5x^2 - y^2 = 5$ te izračunajte površinu četverokuta omeđenog tim tangentama.
8. Dokažite da su dvije tangente parabole $y^2 = 2px$ okomite ako i samo ako se sijeku na direktrisi te parabole.