

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

1. domaća zadaća, 12.4.2017.

1. Neka je $ABCDEF$ pravilni šesterokut sa središtem O te P_1, P_2, P_3 i P_4 redom polovišta stranica $\overline{EF}, \overline{AF}, \overline{AB}$ i \overline{BC} . Nadalje, neka je X sjecište pravaca CP_1 i DP_2 , Y sjecište pravaca DP_2 i EP_3 te Z sjecište pravaca EP_3 i FP_4 . Dokažite da je $OXYZ$ romb.
2. U šiljastokutnom trokutu ABC točka A_1 je nožište visine iz vrha A , a točka B_1 nožište visine iz vrha B . Ako je $|AB_1| = |A_1B_1|$, dokažite da središte upisane kružnice trokuta ABC leži na pravcu BB_1 .
3. Dijagonale tetivnog četverokuta međusobno su okomite i dijele ga na četiri trokuta. Dokažite da visina svakog od tih trokuta i težišnica nasuprotnog trokuta, povučene iz sjecišta dijagonala, leže na istom pravcu.
4. Dan je jednakostraničan trokut ABC sa stranicom duljine a . Neka je X točka na stranici \overline{AB} udaljena od vrha A za $\frac{a}{3}$ i Y točka na stranici \overline{BC} udaljena od vrha B za $\frac{a}{3}$. Neka se pravci AY i CX sijeku u točki T . Odredite veličinu kuta $\sphericalangle CTB$.
5. Na stranicama \overline{AB} i \overline{AD} paralelograma $ABCD$ odabrane su redom točke M i N takve da je $MN \parallel BD$. Dokažite da trokuti MBC i NCD imaju jednake površine.
6. Točka T je unutar kvadrata $ABCD$. Označimo s A_1, B_1, C_1, D_1 druge točke presjeka pravaca AT, BT, CT, DT , respektivno, s kružnicom opisanom kvadratu $ABCD$. Dokažite da je

$$|A_1B_1| \cdot |C_1D_1| = |A_1D_1| \cdot |B_1C_1|.$$