

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Druga zadaća

1. Zadana je trostrana prizma $ABCA_1B_1C_1$ i točka T u trokutu $\triangle ABC$. Neka je točka T_1 težište trokuta $\triangle A_1C_1T$. Ako vrijedi

$$\overrightarrow{A_1T_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A_1A} + \frac{1}{9}\overrightarrow{A_1B_1} + \frac{4}{9}\overrightarrow{A_1C_1}$$

dokažite da je T težište trokuta $\triangle ABC$.

2. Neka je ABC pravokutan trokut u kojemu je $\angle ABC = 45^\circ$, p pravac koji sadrži srednjicu paralelnu s hipotenuzom AB i q pravac koji sadrži visinu iz vrha C . Neka su $\triangle A_1B_1C_1$ i $\triangle A_2B_2C_2$ slike trokuta ABC nakon preslikavanja s_p i $s_p \circ s_q$ redom. Prikažite vektore $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{C_1C_2}$ i $\overrightarrow{A_2B_2}$ pomoću vektora \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{BC} .

3. Dokažite da za svaka tri vektora $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vrijedi:

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a}.$$

4. Nad katetama pravokutnog trokuta ABC s pravim kutom u vrhu C konstruirani su jednakostranični trokuti BCF i CAE . Dokažite da je $\overline{CE} \perp \overline{FB}$.
5. Dan je jednakostraničan trokut ABC . Neka je točka P na stranici \overline{AC} takva da je $|AP| = 3|PC|$, točka Q na stranici \overline{BC} takva da je $|BQ| : |QC| = 3 : 2$, i točka R na pravcu BC takva da je B polovište dužine \overline{AR} . Dokažite da su točke P, Q i R kolinearne. Vrijedi li tvrdnja za bilo koji trokut ABC ?