

1. Odredi jednadžbu kružnice koja prolazi točkom  $T = (1, 0)$  i dira pravce  $x + y - 2 = 0$  i  $x + y + 3 = 0$ .
2. Odredi skup svih točaka ravnine iz kojih se kružnica  $x^2 + y^2 = r^2$  vidi pod pravim kutem.
3. U onim točkama elipse  $8x^2 + 9y^2 - 72 = 0$  kojima su apscise jednake apscisama njezina fokusa povučene su tangente. Dokažite da te tangente određuju romb. Izračunajte povušinu romba.
4. Dokažite da je produkt udaljenosti bilo koje tangente elipse  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  od njenih fokusa konstantan i jednak kvadratu male poluosi.
5. Dokažite da je skup nožišta okomica spuštenih iz jednog fokusa elipse na njezine tangente kružnica sa središtem u središtu elipse polumjera  $a$ . (To je tzv. glavna kružnica elipse.)
6. Gdje leže točke ravnine iz kojih se elipsa  $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$  vidi pod pravim kutem?
7. Zadana je elipsa  $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$ ,  $a > b$ . Iz točke  $(0, y)$ ,  $y > b$  povučene su tangente  $t_1, t_2$  na elipsu. Dokažite: ako je  $t_3$  bilo koja treća tangenta te elipse, onda fokusi i sjecišta tangenata  $t_1$  i  $t_2$  sa  $t_3$  leže na jednoj kružnici.
8. Odredite jednadžbe onih tangenti elipse  $3x^2 + 8y^2 = 45$  koje su od ishodišta udaljene za  $d = 3$ .
9. Zadana je hiperbola  $x^2 - y^2 = 8$ . Odredi jednadžbu njoj konfokalne elipse ako ona prolazi točkom  $T = (4, 6)$ .
10. Kako glasi jednadžba pravca na kojemu leži ona tetive hiperbole  $x^2 - 4y^2 = 4$  kojoj je točka  $P = (3, -1)$  polovište?
11. U točkama apscise  $x = \pm c$  hiperbole  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$  povučene su tangente na hiperbolu. Dokažite da one zatvaraju romb površine  $P = 2a^3/c$ .
12. Dokažite da je diralište tangente hiperbole polovište dužine koju ta tangenta odsijeca na njezinim asimptotama.
13. Dokažite da je produkt udaljenosti fokusa hiperbole od bilo koje njezine tangente konstantan.
14. Kako glasi jednadžba hiperbole kojoj je pravac  $3x - 4y - 10 = 0$  tangenta, a fokusi su joj u točkama  $F_1 = (-5, 0)$ ,  $F_2 = (5, 0)$ ?
15. Odredite jednadžbe zajedničkih tangenti krivulja  $x^2 + 3y^2 = 48$  i  $9x^2 - 25y^2 = 900$ .
16. Dokažite da je skup polovišta svih ordinata točaka parabole  $y^2 = 12x$  opet parabola. Kolika je udaljenost fokusa tih parabola?
17. Neka je  $p$  bilo koji pravac kroz fokus  $F$  parabole  $y^2 = 2px$ , a  $S_1$  i  $S_2$  sjecišta pravca  $p$  s parabolom. Dokaži da je broj  $\frac{1}{d(F, S_1)} + \frac{1}{d(F, S_2)}$  konstantan za tu parabolu.
18. U točki  $T$  parabole  $y^2 = 4x$  povučene su tangenta i normala, koje s osi  $x$  zatvaraju jednakokrani trokut kojemu je osnovica na toj osi. Odredite koordinate točke  $T$ .

19. Fokusom parabole  $y^2 = 2x$  povučen je pravac paralelan s pravcem  $2x - y = 0$ . Dokažite da se tangente povučene u sjecištima tog pravca s parabolom sijeku na direktrisi parabole.  
Općenito: dokažite da se tangente parabole povučene krajevima fokalne tetive sijeku na direktrisi.
20. U točkama parabole  $y^2 = 12x$  kojima su ordinate redom  $2, 6, -3$  povučene su tangente. Dokažite da su sjecišta tih tangenata vrhovi trokuta kojemu je ortocentar na direktrisi, te da opisana kružnica tog trokuta prolazi kroz fokus parabole.  
Općenito: dokažite da navedena tvrdnja vrijedi za bilo koju parabolu i bilo koje njezine tri tangente.
21. Na paraboli  $y^2 = \frac{9}{2}x$  nađite onu točku u kojoj je normala paralelna s pravcem  $8x - 3y + 10 = 0$ .