
ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2021.

Na kolokviju nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje. Studenti koji u potpunosti riješe neki zadatak i precizno zapišu njegovo rješenje mogu na njemu dobiti nagradni (deseti) bod.

Zadatak 1. (2+4+3 boda)

- (a) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definirajte sljedeće pojmove: rotacija, konveksni skup.
- (b) Bez korištenja teorema o sličnosti, dokažite Talesov teorem o proporcionalnosti: ako su O, A_1, A_2, B_1, B_2 točke takve da je $A_1 \in \overline{OB_1}$, $A_2 \in \overline{OB_2}$, te $A_1A_2 \parallel B_1B_2$, onda je $\frac{|OA_1|}{|OA_2|} = \frac{|OB_1|}{|OB_2|}$.
- (c) Neka su A, B i C različite, nekolinearne točke ravnine, te $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$ pravci koji prolaze kroz njih, a s_a, s_b, s_c pripadne osne simetrije. Dokažite da kompozicija $s_a \circ s_b \circ s_c$ nema niti jednu fiksnu točku.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2021.

Zadatak 2. (4+5 bodova) Nad stranicama \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{CD} paralelograma $ABCD$ nacrtani su jednakokračni pravokutni trokuti ABE , BCF i CDG u kojima su stranice \overline{BE} , \overline{BF} i \overline{DG} hipotenuze.

- (a) Dokažite da je $\angle CAD = \angle CFG$.
- (b) Odredite omjer duljina $|GB|$ i $|EF|$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2021.

Zadatak 3. (4+5 boda) Neka je T težište trokuta $\triangle ABC$ i D polovište stranice \overline{AB} . Kroz točku T je povučen pravac p koji ne prolazi kroz niti jedan vrh trokuta $\triangle ABC$ te se točke A i B nalaze s iste strane pravca p . Označimo sa A_1, B_1, C_1, D_1 redom nožišta okomica na p iz točaka A, B, C, D .

- (a) Dokažite da je $2|DD_1| = |AA_1| + |BB_1|$.
- (b) Dokažite da je $|AA_1| + |BB_1| = |CC_1|$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2021.

Zadatak 4. (9 bodova) Neka je $ABCD$ tetivan četverokut i S sjecište njegovih dijagonala. Označimo sa E, F, G, H nožišta okomica iz S redom na stranice $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$. Dokažite da je $EFGH$ tangencijalan četverokut.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2021.

Zadatak 5. (9 bodova) Na stranici \overline{AB} trokuta ABC nalazi se točka M za koju je $|AM| : |MB| = 1 : 5$, a na stranici \overline{AC} leži točka N takva da je $|AN| : |NC| = 2 : 1$. U kojem omjeru sjecište dužina \overline{BN} i \overline{CM} dijeli dužinu \overline{BN} ?