JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Na kolokviju nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje. Studenti koji u potpunosti riješe neki zadatak i precizno zapišu njegovo rješenje mogu na njemu dobiti nagradni (deseti) bod.

Zadatak 1. (2+3+4 boda)

(a) Definirajte pojmove vektorskog i skalarnog produkta u V^3.

(b) Dokažite da za sve $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \in V^3$ vrijedi

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}).$$

(c) Neka su $A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$ i $C = (c_1, c_2, c_3)$ dane točke te neka je π ravnina određena točkama A, B i ishodištem. Izvedite formulu za udaljenost točke C i ravnine π.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 2. (9 bodova) Odredite pravac p koji siječe ravninu $\pi \ldots 2x - y + 5z = 6$ pod kutem od $\frac{\pi}{3}$ u točki T i ortogonalna projekcija p' na π mu prolazi točkama $S_1 = (1, -4, 0)$ i $S_2 = (3, -5, -1)$ za koje vrijedi $|TS_1| = 1$ i $|TS_2| = 2$.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 3. (6 + 3 boda)Zadani su pravci p i q jednadžbama:

$$p \quad \cdots \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$$
$$q \quad \cdots \quad \frac{x-\frac{5}{2}}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-2}$$

(a) Odredite jednadžbu zajedničke normale n pravaca p i q te koordinate točaka A i B, pri čemu je A presjek pravca p i normale n, a B presjek pravca q i normale n.

(b) Dana je točka $X = (\lambda, \lambda, \lambda)$. Odredite sve $\lambda \in \mathbb{R}$ takve da je površina trokuta ABX jednaka 1.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 4. (9 bodova) U prostoru su dane točke $A = (0, 1, -1), B = (1, 1, 1)$ i $C = (2, 2, 2)$. Neka je D presjek simetrale $\angle BAC$ i stranice $\overline{BC}$. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži točku D i pravac p zadan kao presjek ravnina

$$\pi_1 \cdots x + 3y + 2z - 1 = 0 \quad \text{i} \quad \pi_2 \cdots 4x - y + 3z + 4 = 0.$$

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 5. (5+4 boda) Zadani su vektori $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (1, 2, 1)$, $\vec{c} = (2, 1, 1)$. Neka su $x, y \geq 0$, takvi da vrijedi $x + y = 1$ i neka je $V(x, y)$ volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}x + \vec{b}y$, $\vec{b}x + \vec{c}y$, $\vec{c}x + \vec{a}y$. Odredite:

(a) maksimum od $V(x, y)$,

(b) minimum od $V(x, y)$.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Na kolokviju nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje. Studenti koji u potpunosti riješe neki zadatak i precizno zapišu njegovo rješenje mogu na njemu dobiti nagradni (deseti) bod.

Zadatak 1. (2+3+4 boda)

(a) Definirajte pojmove vektorskog i skalarnog produkta u V^3.

(b) Dokažite da za sve $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \in V^3$ vrijedi

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}).$$

(c) Neka su $A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$ i $C = (c_1, c_2, c_3)$ dane točke te neka je π ravnina određena točkama A, B i ishodištem. Izvedite formulu za udaljenost točke C i ravnine π.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 2. (9 bodova) Odredite pravac q koji siječe ravninu $\rho \ldots 2x - y + 5z = 6$ pod kutem od $\frac{\pi}{3}$ u točki S i ortogonalna projekcija q' na ρ mu prolazi točkama $T_1 = (1, -4, 0)$ i $T_2 = (3, -5, -1)$ za koje vrijedi $|ST_1| = 1$ i $|ST_2| = 2$.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 3. (6 + 3 boda)Zadani su pravci p i q jednadžbama:

$$\begin{aligned} p \quad &\cdots \quad \frac{x}{-2} = \frac{y-\frac{5}{2}}{3} = \frac{z}{2} \\ q \quad &\cdots \quad \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}. \end{aligned}$$

(a) Odredite jednadžbu zajedničke normale n pravaca p i q te koordinate točaka A i B, pri čemu je A presjek pravca p i normale n, a B presjek pravca q i normale n.

(b) Dana je točka $X = (\lambda, \lambda, \lambda)$. Odredite sve $\lambda \in \mathbb{R}$ takve da je površina trokuta ABX jednaka 1.

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 4. (9 bodova) U prostoru su dane točke $A = (-1, 0, 1), B = (2, 2, 2)$ i $C = (1, 1, 1)$. Neka je D presjek simetrale $\angle BAC$ i stranice $\overline{BC}$. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži točku D i pravac p zadan kao presjek ravnina

$$\pi_1 \cdots 3x + 4y - z + 4 = 0 \quad \text{i} \quad \pi_2 \cdots 2x + y + 3z - 1 = 0.$$

JMBAG	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 28. lipnja 2019.

Zadatak 5. (5+4 boda) Zadani su vektori $\vec{a} = (1, 0, 3)$, $\vec{b} = (0, 3, 1)$, $\vec{c} = (3, 1, 0)$. Neka su $x, y \geq 0$, takvi da vrijedi $x + y = 1$ i neka je $V(x, y)$ volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\vec{a}x + \vec{b}y$, $\vec{b}x + \vec{c}y$, $\vec{c}x + \vec{a}y$. Odredite:

(a) maksimum od $V(x, y)$,

(b) minimum od $V(x, y)$.