

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 1.**

- (a) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definirajte sljedeće pojmove: dužina, okomiti pravci.
- (b) Neka je  $f$  izometrija, a  $\overline{AB}$  bilo koja dužina u ravnini. Što je skup  $f(\overline{AB})$ ? Dokažite!
- (c) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definirajte poluravnine. Neka je  $f$  izometrija, a  $\pi$  bilo koja poluravnina u ravnini. Što je skup  $f(\pi)$ ? Dokažite!

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 2.** Neka je  $ABCD$  četverokut i neka su  $M, N, P, Q$  redom polovišta stranica  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$  i  $\overline{DA}$ . Ako je  $|MP| = |NQ|$  dokažite:

- (a)  $MNPQ$  je pravokutnik.
- (b) Dijagonale četverokuta  $ABCD$  su međusobno okomite.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 3.** Točkom  $A$  povučena je tangenta na opisanu kružnicu trokuta  $ABC$ . Neka je  $p$  pravac paralelan s tom tangentom koji siječe dužinu  $\overline{AB}$  u točki  $M$ , dužinu  $\overline{AC}$  u točki  $N$ , a opisanu kružnicu u točkama  $M_1$  (na luku  $AB$ ) i  $N_1$  (na luku  $AC$ ).

- (a) Dokažite da je  $CNMB$  tetivan četverokut.
- (b) Dokažite da je  $\sphericalangle M_1BA = \sphericalangle N_1CA$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 4.** U  $\triangle ABC$  povučena je simetrala kuta u vrhu  $A$  koja siječe stranicu  $\overline{BC}$  u točki  $D$ . Dokažite da vrijedi:  $|AD|^2 = |AB| \cdot |AC| - |DB| \cdot |DC|$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 5.** Zadan je paralelogram  $ABCD$  i točke  $M$  i  $N$  takve da je  $\overrightarrow{BM} = \alpha \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CN} = \beta \overrightarrow{CD}$  za realne brojeve  $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$ . Neka pravci  $AM$  i  $AN$  sijeku  $BD$  redom u točkama  $E$  i  $F$ . Odredite za koje parametre  $\alpha$  i  $\beta$  vrijedi  $|BE| = |EF| = |FD|$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 1.**

- (a) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definirajte sljedeće pojmove: dužina, okomiti pravci.
- (b) Neka je  $f$  izometrija, a  $\overline{AB}$  bilo koja dužina u ravnini. Što je skup  $f(\overline{AB})$ ? Dokažite!
- (c) Precizno i u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definirajte poluravnine. Neka je  $f$  izometrija, a  $\pi$  bilo koja poluravnina u ravnini. Što je skup  $f(\pi)$ ? Dokažite!

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 2.** Neka je  $ABCD$  četverokut i neka su  $X, Y, Z, W$  redom polovišta stranica  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$  i  $\overline{DA}$ . Ako je  $|XZ| = |YW|$  dokažite:

- (a)  $XYZW$  je pravokutnik.
- (b) Dijagonale četverokuta  $ABCD$  su međusobno okomite.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 3.** Točkom  $B$  povučena je tangenta na opisanu kružnicu trokuta  $ABC$ . Neka je  $p$  pravac paralelan s tom tangentom koji siječe dužinu  $\overline{BC}$  u točki  $M$ , dužinu  $\overline{AB}$  u točki  $N$ , a opisanu kružnicu u točkama  $M_1$  (na luku  $BC$ ) i  $N_1$  (na luku  $BA$ ).

- (a) Dokažite da je  $ANMC$  tetivan četverokut.
- (b) Dokažite da je  $\sphericalangle M_1CB = \sphericalangle N_1AB$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 4.** U  $\triangle ABC$  povučena je simetrala kuta u vrhu  $B$  koja siječe stranicu  $\overline{AC}$  u točki  $D$ . Dokažite da vrijedi:  $|BD|^2 = |AB| \cdot |BC| - |DA| \cdot |DC|$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

Prvi kolokvij – 4. svibnja 2018.

**Zadatak 5.** Zadan je paralelogram  $ABCD$  i točke  $S$  i  $T$  takve da je  $\overrightarrow{BS} = \alpha \overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CT} = \beta \overrightarrow{CD}$  za realne brojeve  $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$ . Neka pravci  $AS$  i  $AT$  sijeku  $BD$  redom u točkama  $X$  i  $Y$ . Odredite za koje parametre  $\alpha$  i  $\beta$  vrijedi  $|BX| = |XY| = |YD|$ .