

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte pojmove: konveksni skup, dužina. (Nemojte koristiti vektore kod definicije dužine.)
- (b) Neka je f izometrija ravnine, te L proizvoljan konveksni skup, a k proizvoljna kružnica u ravnini. Dokažite da je $f(L)$ također konveksan skup, te da je $f(k)$ također kružnica.
- (c) Neka su p_1 i p_2 mimosmjerni pravci u prostoru. Definirajte pojam udaljenosti $d(p_1, p_2)$ pravaca p_1 i p_2 , te dokažite da je $d(p_1, p_2) = d(N_1, N_2)$, pri čemu je $N_1 = p_1 \cap n$ i $N_2 = p_2 \cap n$, a n je pravac okomit i na p_1 i na p_2 .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 2. U šiljastokutnom trokutu ABC točka M je nožište visine iz vrha A , a točka N nožište visine iz vrha B . Ako je $|AN| = |NM|$, dokažite da središte upisane kružnice trokuta ABC leži na visini \overline{BN} .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 3. Zadan je paralelogram $ABCD$.

- a) Ako označimo s A' točku osnosimetričnu točki A s obzirom na pravac BD , a E točku na presjeku pravaca CD i BA' , dokažite da vrijedi:

$$\triangle BCE \cong \triangle EDA'.$$

- b) Ako simetrala stranice \overline{CD} prolazi sjecištem dijagonala, dokažite da je taj paralelogram pravokutnik.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 4. Neka je ABC jednakostraničan trokut sa stranicama duljine 1 i neka je P polovište dužine \overline{AB} , a Q točka na stranici \overline{AC} takva da je $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Neka je T točka takva da je $\overrightarrow{CT} = \lambda\overrightarrow{CP}$. Odredite sve parametre $\lambda \in [0, 1]$ za koje je $\angle BTQ$ pravi kut.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 5. Odredite parametar a takav da ortogonalna projekcija pravca p na ravninu π prolazi ishodištem, ako je:

$$p \dots \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = a \end{cases},$$

$$\pi \dots 2x - y - z = 0.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte pojmove: konveksni skup, dužina. (Nemojte koristiti vektore kod definicije dužine.)
- (b) Neka je f izometrija ravnine, te L proizvoljan konveksni skup, a k proizvoljna kružnica u ravnini. Dokažite da je $f(L)$ također konveksan skup, te da je $f(k)$ također kružnica.
- (c) Neka su p_1 i p_2 mimosmjerni pravci u prostoru. Definirajte pojam udaljenosti $d(p_1, p_2)$ pravaca p_1 i p_2 , te dokažite da je $d(p_1, p_2) = d(N_1, N_2)$, pri čemu je $N_1 = p_1 \cap n$ i $N_2 = p_2 \cap n$, a n je pravac okomit i na p_1 i na p_2 .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 2. U šiljastokutnom trokutu ABC točka M je nožište visine iz vrha B , a točka N nožište visine iz vrha C . Ako je $|BN| = |NM|$, dokažite da središte upisane kružnice trokuta ABC leži na visini \overline{CN} .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 3. Zadan je paralelogram $DEFG$.

- a) Ako označimo s X točku osnosimetričnu točki D s obzirom na pravac EG , a Y točku na presjeku pravaca FG i EX , dokažite da vrijedi:

$$\triangle EFY \cong \triangle YXG.$$

- b) Ako simetrala stranice \overline{DE} prolazi sjecištem dijagonala, dokažite da je taj paralelogram pravokutnik.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 4. Neka je ABC jednakostraničan trokut sa stranicama duljine 1 i neka je P polovište dužine \overline{BC} , a Q točka na stranici \overline{AB} takva da je $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. Neka je T točka takva da je $\overrightarrow{AT} = \mu\overrightarrow{AP}$. Odredite sve parametre $\mu \in [0, 1]$ za koje je $\angle CTQ$ pravi kut.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 8. rujna 2017.

Zadatak 5. Odredite parametar μ takav da ortogonalna projekcija pravca q na ravninu π prolazi ishodištem, ako je:

$$q \dots \begin{cases} 2x + y - z & = \mu \\ -x - y + 2z & = 1 \end{cases},$$

$$\pi \dots x - 3y + z = 0.$$