

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 1.

- a) Definirajte pojmove orijentirane dužine, ekvivalentnih orijentiranih dužina i vektora.
- b) Definirajte pojam mješovitog produkta te dokažite da su tri vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni ako i samo ako $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$.
- c) Neka je ravnina π zadana jednadžbom:

$$\begin{cases} x = x_0 + \lambda a_1 + \mu b_1 \\ y = y_0 + \lambda a_2 + \mu b_2 \\ z = z_0 + \lambda a_3 + \mu b_3. \end{cases}$$

Odredite udaljenost ravnine π od ishodišta. Dokažite sve tvrdnje i formule koje pritom koristite (osim formula za operacije s vektorima).

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 2. Odredite jednadžbu elipse kojoj su fokusi $(\pm 3, 0)$, a pravac $x - y - 5 = 0$ tangenta. Iz kojih točaka na y -osi se ta elipsa vidi pod pravim kutem?

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 3. Odredite parametar λ tako da se pravci

$$\begin{aligned} p_1 \dots \quad & \frac{x - 18}{2\lambda} = \frac{y - 1}{-2} = \frac{z - 3}{-1} \\ p_2 \dots \quad & \frac{2x - 1}{1} = \frac{y + 2}{3} = \frac{2z + \lambda}{3} \end{aligned}$$

sijeku. Zatim za te pravce odredite jednadžbu simetrale manjeg kuta kojeg zatvaraju.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 4. Dani su pravci p_1 i p_2 koji prolaze točkom $A = (4, -1, -3)$, a vektori smjera su im redom $(-2, 2, 1)$ i $(1, -3, 1)$ te ravnina π jednadžbom $x + y + z = \mu$. Neka je $B = p_1 \cap \pi$ i $C = p_2 \cap \pi$. Odredite sve parametre $\mu \in \mathbb{R}$ takve da je površina trokuta ABC jednaka $5\sqrt{2}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 5. Odredite jednadžbu pravca p koji siječe pravac

$$q \dots \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{4},$$

prolazi ishodištem te njegova ortogonalna projekcija na ravninu s jednadžbom $2x + y + z + 6 = 0$ prolazi točkom $(-4, 0, 2)$. Napišite jednadžbu pravca p u kanonskom obliku.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 1.

- a) Definirajte pojmove orijentirane dužine, ekvivalentnih orijentiranih dužina i vektora.
- b) Definirajte pojam mješovitog produkta te dokažite da su tri vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni ako i samo ako $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 0$.
- c) Neka je ravnina π zadana jednadžbom:

$$\begin{cases} x = x_0 + \lambda a_1 + \mu b_1 \\ y = y_0 + \lambda a_2 + \mu b_2 \\ z = z_0 + \lambda a_3 + \mu b_3. \end{cases}$$

Odredite udaljenost ravnine π od ishodišta. Dokažite sve tvrdnje i formule koje pritom koristite (osim formula za operacije s vektorima).

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 2. Odredite jednadžbu elipse kojoj su fokusi $(\pm 2, 0)$, a pravac $x - y + 4 = 0$ tangenta. Iz kojih točaka na y -osi se ta elipsa vidi pod pravim kutem?

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 3. Odredite parametar μ tako da se pravci

$$\begin{aligned} p_1 \dots \quad \frac{3x + 3}{4} &= \frac{-y - 1}{1} = \frac{2z + \mu}{1} \\ p_2 \dots \quad \frac{x - 1}{2} &= \frac{y - 2}{-3} = \frac{z + 4}{\mu} \end{aligned}$$

sijeku. Zatim za te pravce odredite jednadžbu simetrale manjeg kuta kojeg zatvaraju.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 4. Dani su pravci p_1 i p_2 koji prolaze točkom $A = (-5, 2, 3)$, a vektori smjera su im redom $(1, 1, -1)$ i $(1, -3, 1)$ te ravnina π jednadžbom $x + y + z = \lambda$. Neka je $B = p_1 \cap \pi$ i $C = p_2 \cap \pi$. Odredite sve parametre $\lambda \in \mathbb{R}$ takve da je površina trokuta ABC jednaka $2\sqrt{6}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 30. lipnja 2017.

Zadatak 5. Odredite jednadžbu pravca q koji siječe pravac

$$p \dots \frac{1-x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+9}{-4},$$

prolazi ishodištem te njegova ortogonalna projekcija na ravninu s jednadžbom $x - 2y - z - 6 = 0$ prolazi točkom $(3, -2, 1)$. Napišite jednadžbu pravca q u kanonskom obliku.