

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: osna simetrija, rotacija.
- (b) Dokažite da se svaka izometrija može prikazati kao kompozicija od tri ili manje osnih simetrija.
- (c) Neka je f izometrija takva da je $f \circ f \circ f$ identiteta. Dokažite da f ima fiksnu točku.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 2. Tetiva \overline{AB} paralelna je s promjerom \overline{MN} kružnice. Neka je t tangenta te kružnice u točki M te neka su točke C i D redom sjecišta pravaca NA i NB s pravcem t . Dokažite:

- (a) Trokuti MNB i NCM su slični.
- (b) $\frac{|MN|}{|MC|} = \frac{|MD|}{|MN|}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 3. Neka je $ABCD$ trapez takav da je $AB \parallel DC$, $|AB| = 2|DC|$ i $AD \perp BD$. Neka je P polovište dužine \overline{AB} , E sjecište pravaca AD i BC , F sjecište pravaca PC i BD , G sjecište pravaca EF i DC . Dokažite:

- (a) $PBCD$ je romb.
- (b) Pravac BG prolazi kroz polovište dužine \overline{DE} .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 4. Neka je S središte upisane kružnice trokuta ABC te A_1, B_1 i C_1 redom točke koje su centralno simetrične točki S s obzirom na vrhove trokuta: A, B i C (dakle, A_1 se nalazi na pravcu AS i to izvan trokuta ABC te je $|AS| = |AA_1|$, itd.). Označimo s p pravac koji prolazi točkom C i okomit je na CS , s q pravac koji prolazi točkom A i okomit je na AS , a s P sjecište pravaca p i q .

- (a) Dokažite da točka S leži na kružnici opisanoj trokutu APC .
- (b) Dokažite da točka B_1 leži na pravcu PS .
- (c) Dokažite da točka B_1 leži na kružnici opisanoj trokutu A_1PC_1 .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 5. Zadan je trokut ABC i točke R, P takve da je $\overrightarrow{CR} = \alpha \cdot \overrightarrow{CB}$ i $\overrightarrow{AP} = \beta \cdot \overrightarrow{AB}$ za realne brojeve $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$. Označimo s Q sjecište pravaca AR i CP . Izrazite \overrightarrow{CQ} pomoću \overrightarrow{CP} i parametara α i β .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 1.

- (a) Definirajte sljedeće pojmove: osna simetrija, rotacija.
- (b) Dokažite da se svaka izometrija može prikazati kao kompozicija od tri ili manje osnih simetrija.
- (c) Neka je f izometrija takva da je $f \circ f \circ f$ identiteta. Dokažite da f ima fiksnu točku.

Sve svoje tvrdnje precizno iskažite i dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 2. Tetiva \overline{MN} paralelna je s promjerom \overline{AB} kružnice. Neka je t tangenta te kružnice u točki A te neka su točke P i Q redom sjecišta pravaca BM i BN s pravcem t . Dokažite:

(a) $\sphericalangle ABN = \sphericalangle BPA$.

(b) $\frac{|AB|}{|AP|} = \frac{|AQ|}{|AB|}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 3. Neka je $ABCD$ trapez takav da je $AB \parallel DC$, $|AB| = 2|DC|$ i $AC \perp BC$. Neka je P polovište dužine \overline{AB} , X sjecište pravaca AD i BC , Y sjecište pravaca PD i AC , Z sjecište pravaca XY i DC . Dokažite:

- (a) $APCD$ je romb.
- (b) Pravac AZ prolazi kroz polovište dužine \overline{XC} .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 4. Neka je S središte upisane kružnice trokuta XYZ te X_1, Y_1 i Z_1 redom točke koje su centralno simetrične točki S s obzirom na vrhove trokuta: X, Y i Z (dakle, X_1 se nalazi na pravcu XS i to izvan trokuta XYZ te je $|XS| = |X_1X|$, itd.). Označimo s r pravac koji prolazi točkom X i okomit je na XS , s q pravac koji prolazi točkom Y i okomit je na YS , a s T sjecište pravaca r i q .

- (a) Dokažite da točka T leži na kružnici opisanoj trokutu SXY .
- (b) Dokažite da točka T leži na pravcu Z_1S .
- (c) Dokažite da točka Z_1 leži na kružnici opisanoj trokutu TX_1Y_1 .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 5. svibnja 2017.

Zadatak 5. Zadan je trokut ABC i točke S, T takve da je $\overrightarrow{AS} = \alpha \cdot \overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CT} = \beta \cdot \overrightarrow{CB}$ za realne brojeve $\alpha, \beta \in \langle 0, 1 \rangle$. Označimo s Q sjecište pravaca AT i CS . Izrazite \overrightarrow{AQ} pomoću \overrightarrow{AT} i parametara α i β .