

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 1.

- a) Definirajte pojam vektorskog produkta za vektore iz V^3 .
- b) Dani su vektori $\vec{a} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ i $\vec{b} = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$. Detaljno izvedite formulu koja izražava $\vec{a} \times \vec{b}$ pomoću determinante. U svakom koraku izvoda precizno navedite koje svojstvo operacija \times i \cdot koristite.
- c) Neka je točka $A(a_x, a_y, a_z)$ jedan vrh paralelepippeda, a točke $B(b_x, b_y, b_z)$, $C(c_x, c_y, c_z)$ i $D(d_x, d_y, d_z)$ oni vrhovi paralelepippeda koji su spojeni bridom s vrhom A . Izvedite formulu za volumen paralelepippeda s tim vrhovima. Sve svoje tvrdnje dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 2. Na stranicama \overline{AC} i \overline{AB} jednakoststraničnog trokuta dane su redom točke M i N , takve da je $|MC| : |MA| = |NA| : |NB| = 2 : 1$. Ako je točka P presjek dužina \overline{BM} i \overline{CN} , dokažite da je $AP \perp CP$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 3. Presjekom ravnina $x + y + \alpha z - 5 = 0$ i $2x - y - 2z - 1 = 0$ određen je pravac p . Nađite vrijednost parametra α takvu da pravac p bude paralelan s pravcem q koji je zadan parametarski s:

$$x = 2t, \quad y = 1 + 2t, \quad z = -1 + t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 4. Neka je p pravac koji leži u ravnini s jednadžbom $x + y + z = 3$ i čija je ortogonalna projekcija na ravninu s jednadžbom $x - y + z = 1$ pravac p' s jednadžbom

$$p' \dots \quad x - 2 = \frac{y + 1}{2} = z.$$

Odredite kanonsku jednadžbu pravca p .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 5.

- a) Neka je F žarište parabole, p njena ravnalica, a t tangenta na tu parabolu. Ako je točka F' osnosimetrična točki F obzirom na t , dokažite da F' leži na pravcu p .
- b) Odredite koordinate tjemena parabole kojoj je žarište u točki $(2, 3)$, koja dira x -os i kojoj ravnalica prolazi kroz točku $(-3, 2)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 1.

- a) Definirajte pojam vektorskog produkta za vektore iz V^3 .
- b) Dani su vektori $\vec{a} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ i $\vec{b} = (\beta_x, \beta_y, \beta_z)$. Detaljno izvedite formulu koja izražava $\vec{a} \times \vec{b}$ pomoću determinante. U svakom koraku izvoda precizno navedite koje svojstvo operacija \times i \cdot koristite.
- c) Neka je točka $A(a_x, a_y, a_z)$ jedan vrh paralelepippeda, a točke $B(b_x, b_y, b_z)$, $C(c_x, c_y, c_z)$ i $D(d_x, d_y, d_z)$ oni vrhovi paralelepippeda koji su spojeni bridom s vrhom A . Izvedite formulu za volumen paralelepippeda s tim vrhovima. Sve svoje tvrdnje dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 2. Zadan je jednakostrošaničan trokut ABC duljine stranice a . Neka su točke P, Q na stranicama \overline{BC} i \overline{CA} redom takve da je $|BP| = \frac{2}{3}a$ i $|CQ| = \frac{2}{3}a$. Ako je R presjek pravaca AP i BQ , dokažite da je $\overline{BR} \perp \overline{CR}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 3. Presjekom ravnina $\beta x + y + z - 5 = 0$ i $-2x + 2y - z - 1 = 0$ određen je pravac p . Nađite vrijednost parametra β takvu da pravac p bude paralelan s pravcem q koji je zadan parametarski s:

$$x = -1 + t, \quad y = 2t, \quad z = 1 + 2t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 4. Neka je q pravac koji leži u ravnini s jednadžbom $x - y + z = 5$ i čija je ortogonalna projekcija na ravninu s jednadžbom $x + y + z = -1$ pravac q' s jednadžbom

$$q' \dots \quad \frac{x - 1}{-2} = y + 2 = z.$$

Odredite kanonsku jednadžbu pravca q .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Drugi kolokvij – 28. lipnja 2016.

Zadatak 5.

- a) Neka je F žarište parabole, p njena ravnalica, a t tangenta na tu parabolu. Ako je točka F' osnosimetrična točki F obzirom na t , dokažite da F' leži na pravcu p .
- b) Odredite koordinate tjemena parabole kojoj je žarište u točki $(1, 3)$, koja dira x -os i kojoj ravnalica prolazi kroz točku $(-3, 1)$.