
ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 1.

- Dokažite da je srednjica trokuta paralelna onoj stranici trokuta s kojom nema zajedničku točku, te da je njezina duljina jednaka polovici duljine te stranice.
- Definirajte pojam udaljenosti točke T_0 od pravca p . Ako točka ima koordinate $T_0(x_0, y_0, z_0)$, a pravac p je zadan jednadžbom $\vec{r} = \vec{r}_1 + \alpha\vec{a}$, uz $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, dokažite da je udaljenost točke T_0 od pravca p dana formulom

$$\sqrt{\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Ovdje je $X = \begin{vmatrix} y_0 - y_1 & z_0 - z_1 \\ a_y & a_z \end{vmatrix}$, $Y = \begin{vmatrix} z_0 - z_1 & x_0 - x_1 \\ a_z & a_x \end{vmatrix}$, $Z = \begin{vmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 \\ a_x & a_y \end{vmatrix}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 2. Zadani su tupokutni trokuti $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ s tupim kutom u vrhu C , odnosno C' , takvi da je $\angle ACB = \angle A'C'B'$. Točka N je nožište visine iz vrha B , točka T je sjecište simetrale kuta $\angle ABC$ s pravcem AC . Točka N' je nožište visine iz vrha B' , točka T' je sjecište simetrale kuta $\angle A'B'C'$ s pravcem $A'C'$. Vrijedi $|BN| = |B'N'|$ i $|BT| = |B'T'|$.

- a) Dokažite da su trokuti BNC i $B'N'C'$ sukladni.
- b) Dokažite da su trokuti BCT i $B'C'T'$ sukladni.
- c) Dokažite da su trokuti ABC i $A'B'C'$ sukladni.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 3. Točke D, E, F su redom polovišta stranica \overline{BC} , \overline{CA} , \overline{AB} trokuta ABC . Neka je \overline{CG} visina trokuta na stranicu \overline{AB} .

- a) Dokažite da su trokuti ABC i EFD slični.
- b) Dokažite da je $\angle EGD = \angle EFD$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 4. Zadani su pravci:

$$p \dots \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-6}{1}$$

$$q \dots \frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-2}{1}$$

Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu π koja sadrži pravac q i paralelna je s p . U kojoj točki ortogonalna projekcija pravca p siječe pravac q ? Odredite zajedničku normalu pravaca p i q . (Jednadžbe ortogonalne projekcije i normale zapišite u kanonskom obliku.)

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 5. U prostoru su zadane točke $A(2, 3, 0)$, $B(3, 1, 2)$ i $C(1, 2, 4)$. Označimo s N nožište visine iz vrha A trokuta ABC i s P polovište njegove stranice \overline{AB} . Označimo s G sjecište pravaca AN i CP .

- (a) Izrazite vektor \overrightarrow{AG} pomoću vektora \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

Odredite:

- (b) površinu trokuta ABC ,
- (c) kut između pravaca AB i BC ,
- (d) volumen paralelepipeda razapetog vektorima \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 1.

- Dokažite da je srednjica trokuta paralelna onoj stranici trokuta s kojom nema zajedničku točku, te da je njezina duljina jednaka polovici duljine te stranice.
- Definirajte pojam udaljenosti točke T_0 od pravca p . Ako točka ima koordinate $T_0(x_0, y_0, z_0)$, a pravac p je zadan jednadžbom $\vec{r} = \vec{r}_1 + \alpha\vec{a}$, uz $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, dokažite da je udaljenost točke T_0 od pravca p dana formulom

$$\sqrt{\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Ovdje je $X = \begin{vmatrix} y_0 - y_1 & z_0 - z_1 \\ a_y & a_z \end{vmatrix}$, $Y = \begin{vmatrix} z_0 - z_1 & x_0 - x_1 \\ a_z & a_x \end{vmatrix}$, $Z = \begin{vmatrix} x_0 - x_1 & y_0 - y_1 \\ a_x & a_y \end{vmatrix}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 2. Zadani su tupokutni trokuti $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ s tupim kutom u vrhu A , odnosno A' , takvi da je $\angle BAC = \angle B'A'C'$. Točka N je nožište visine iz vrha C , točka T je sjecište simetrale kuta $\angle BCA$ s pravcem AB . Točka N' je nožište visine iz vrha C' , točka T' je sjecište simetrale kuta $\angle B'C'A'$ s pravcem $A'B'$. Vrijedi $|CN| = |C'N'|$ i $|CT| = |C'T'|$.

- a) Dokažite da su trokuti CNA i $C'N'A'$ sukladni.
- b) Dokažite da su trokuti CAT i $C'A'T'$ sukladni.
- c) Dokažite da su trokuti ABC i $A'B'C'$ sukladni.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 3. Točke D, E, F su redom polovišta stranica \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} trokuta ABC . Neka je \overline{BG} visina trokuta na stranicu \overline{AC} .

- a) Dokažite da su trokuti ABC i EFD slični.
- b) Dokažite da je $\angle EGD = \angle EFD$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 4. Zadani su pravci:

$$p \dots \frac{x+7}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$$

$$q \dots \frac{x-6}{3} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{1}$$

Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu π koja sadrži pravac q i paralelna je s p . U kojoj točki ortogonalna projekcija pravca p siječe pravac q ? Odredite zajedničku normalu pravaca p i q . (Jednadžbe ortogonalne projekcije i normale zapišite u kanonskom obliku.)

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Popravni kolokvij – 4. rujna 2015.

Zadatak 5. U prostoru su zadane točke $A(2, -3, -2)$, $B(3, 0, -6)$ i $C(2, -2, -4)$. Označimo s N nožište visine iz vrha A trokuta ABC i s P polovište njegove stranice \overline{AB} . Označimo s G sjecište pravaca AN i CP .

- (a) Izrazite vektor \overrightarrow{AG} pomoću vektora \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AC} .

Odredite:

- (b) površinu trokuta ABC ,
- (c) kut između pravaca AC i BC ,
- (d) volumen paralelepiped-a razapetog vektorima \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} .