

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 1**

Zadan je paralelogram  $ABCD$ . Točke  $M$  i  $N$  su redom polovišta stranica  $\overline{BC}$  i  $\overline{CD}$ . Dužine  $\overline{AM}$  i  $\overline{AN}$  sijeku dijagonalu  $\overline{BD}$  redom u točkama  $P$  i  $Q$ .

- a) Dokažite da su trokuti  $AQB$  i  $NQD$  slični i odredite koeficijent sličnosti.
- b) Dokažite da su dužine  $\overline{BP}$ ,  $\overline{PQ}$  i  $\overline{QD}$  jednake duljine.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 2**

Dvije kružnice  $k_1$  i  $k_2$  jednakih radijusa se sijeku u točkama  $A$  i  $B$ . Središta tih dviju kružnica su  $S_1$  i  $S_2$ . Kroz točku  $A$  je provučen pravac koji kružnicu  $k_1$  siječe u točki  $C$ , a kružnicu  $k_2$  u točki  $D$ .

- a) Dokažite da su trokuti  $ABS_1$  i  $ABS_2$  sukladni.
- b) Dokažite da je trokut  $CDB$  jednakokračan.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 3**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 3**

Zadani su pravci:

$$p \dots \frac{x-7}{1} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-4}{2}$$
$$q \dots \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{3}$$

Ravnina  $\pi$  sadrži pravac  $q$  i prolazi točkom  $(5, 4, 7)$ .

- Odredite ortogonalnu projekciju  $p'$  pravca  $p$  na ravninu  $\pi$ . Da li se pravci  $p'$  i  $q$  sijeku?  
Ako ne, dokažite da se ne sijeku, a ako da, odredite njihovo sjecište.
- Odredite zajedničku normalu pravaca  $p$  i  $q$ .

(Jednadžbe ortogonalne projekcije i normale neka budu zapisane u kanonskom obliku.)

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 4**

Neka je  $ABC$  trokut. Točke  $M$  i  $N$  su zadane sa  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{MC}$ , te  $T$  kao sjecište pravaca  $AC$  i  $BN$ . Odredite u kojem omjeru točka  $T$  dijeli dužinu  $\overline{AC}$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 5**

Napišite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac

$$\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$$

i paralelna je sa pravcem

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0, \\ x + y + z + 7 = 0. \end{cases}$$

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 1**

Zadan je paralelogram  $ABCD$ . Točke  $M$  i  $N$  su redom polovišta stranica  $\overline{BC}$  i  $\overline{CD}$ . Dužine  $\overline{AM}$  i  $\overline{AN}$  sijeku dijagonalu  $\overline{BD}$  redom u točkama  $P$  i  $Q$ .

- a) Dokažite da su trokuti  $APD$  i  $MPB$  slični i odredite koeficijent sličnosti.
- b) Dokažite da su dužine  $\overline{BP}$ ,  $\overline{PQ}$  i  $\overline{QD}$  jednake duljine.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 2**

Dvije kružnice  $k_1$  i  $k_2$  jednakih radijusa se sijeku u točkama  $C$  i  $D$ . Središta tih dviju kružnica su  $S_1$  i  $S_2$ . Kroz točku  $D$  je provučen pravac koji kružnicu  $k_1$  siječe u točki  $A$ , a kružnicu  $k_2$  u točki  $B$ .

- Dokažite da su trokuti  $CDS_1$  i  $CDS_2$  sukladni.
- Dokažite da je  $\angle CAB = \angle CBA$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 3**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 3**

Zadani su pravci:

$$p \dots \frac{x-8}{1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-8}{1}$$
$$q \dots \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-3}{1}$$

Ravnina  $\pi$  sadrži pravac  $q$  i prolazi točkom  $(5, 7, 4)$ .

- Odredite ortogonalnu projekciju  $p'$  pravca  $p$  na ravninu  $\pi$ . Da li se pravci  $p'$  i  $q$  sijeku?  
Ako ne, dokažite da se ne sijeku, a ako da, odredite njihovo sjecište.
- Odredite zajedničku normalu pravaca  $p$  i  $q$ .

(Jednadžbe ortogonalne projekcije i normale neka budu zapisane u kanonskom obliku.)

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 4**

Neka je  $ABC$  trokut. Točke  $M$  i  $N$  su zadane sa  $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$ , te  $T$  kao sjecište pravaca  $AC$  i  $BN$ . Odredite u kojem omjeru točka  $T$  dijeli dužinu  $\overline{AC}$ .

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2**

popravni kolokvij – 4. rujna 2014.

**ZADATAK 5**

Napišite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{2}$$

i paralelna je sa pravcem

$$\begin{cases} x + 3z - 5 = 0, \\ x - 2y + z = 0. \end{cases}$$