

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

1. (a) Pokažite da za bilo koji izbor vektora \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} vrijedi

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} .$$

- (b) Izvedite formulu za udaljenost točke od pravca.

Sve svoje tvrdnje detaljno obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

2. Točka S takva da je vektor \vec{SB} jednak zbroju vektora \vec{AS} i \vec{CS} nalazi se unutar trokuta ABC . S D , E i F označimo presjek pravaca AS , BS i CS redom sa stranicama \overline{BC} , \overline{AC} i \overline{AB} . Dokažite: \overline{AD} , \overline{BE} i \overline{CF} su težišnice trokuta ABC .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

3. Odredite ortogonalnu projekciju pravca $p \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$ na ravninu $\pi \equiv x + y - 2z + 3 = 0$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

4. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži presjek pravaca $p_1 \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$ i $p_2 \dots \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{2}$ i okomita je na pravac $p_3 \dots \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

5. Pravac p paralelan je s ravninama $\pi_1: 3x + 6y - 2z - 4 = 0$ i $\pi_2: x - y + z + 2 = 0$ te siječe pravac $q: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Koliki je kut između pravaca p i q ?

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

1. (a) Pokažite da za bilo koji izbor vektora \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} vrijedi

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}.$$

- (b) Izvedite formulu za udaljenost točke od ravnine.

Sve svoje tvrdnje detaljno obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

2. Dan je trokut ABC i točke E , F i G redom na stranicama \overline{BC} , \overline{AC} i \overline{AB} takve da se pravci AE , BF i CG sijeku u točki O . Dokažite: Ako je $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ suprotan vektoru \overrightarrow{OC} , onda su \overline{AE} , \overline{BF} i \overline{CG} težišnice trokuta.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

3. Zadani su pravac $p \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-3}$ i točke $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -1, 0)$. Odredite duljinu ortogonalne projekcije dužine \overline{AB} na pravac p .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

4. Odredite jednadžbu pravca koji je okomit na ravninu $\pi \dots 3x + y - 2z - 4 = 0$ i prolazi točkom presjeka pravaca $p_1 \dots \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ i $p_2 \dots \frac{x-3}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{-1}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

5. Na pravcu $p \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$ odredi točku T tako da je $\angle ATB$ pravi, gdje je $A = (-3, 1, 2)$ a $B = (-2, 3, 4)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

1. (a) Pokažite da za bilo koji izbor vektora \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} vrijedi

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} .$$

- (b) Izvedite formulu za udaljenost točke od pravca.

Sve svoje tvrdnje detaljno obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

2. Unutar trokuta ABC dana je točka T . Pravci AT , BT i CT sijeku stranice \overline{BC} , \overline{AC} i \overline{AB} u točkama A_1 , B_1 i C_1 . Dokažite: Ako je vektor \overrightarrow{AT} jednak vektoru $\overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC}$, onda su težišnice trokuta zapravo dužine $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$ i $\overline{CC_1}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

3. Zadani su ravnina $\pi \equiv x + y - z + 2 = 0$ i točka $T = (2, -1, 0)$. Odredite ortogonalnu projekciju točke T na π i točku koja je simetrična točki T s obzirom na π .

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

4. Odredite jednadžbu ravnine koja je okomita na ravnine $\pi_1 \dots x - y + z - 4 = 0$ i $\pi_2 \dots -2x + 3z = 0$ i sadrži točku $T_0(-1, 2, 1)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

5. Odredi jednadžbe simetrala kutova koje zatvaraju pravci $p \frac{x+2}{-3} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-1}{2}$ i $q \frac{x+5}{4} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-3}{1}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

1. (a) Pokažite da za bilo koji izbor vektora \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} vrijedi

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}.$$

- (b) Izvedite formulu za udaljenost točke od ravnine.

Sve svoje tvrdnje detaljno obrazložite.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

2. Na stranicama \overline{BC} , \overline{AC} i \overline{AB} trokuta ABC odabrane su točke D , E i F tako da se pravci AD , BE i CF sijeku u točki S . Ako je \overrightarrow{SA} suprotan vektoru $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$, onda su \overline{AD} , \overline{BE} i \overline{CF} težišnice trokuta. Dokažite!

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

3. Zadani su pravac $p \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ i točke $A = (3, 1, -1)$, $B = (2, 1, 1)$. Neka su A' i B' ortogonalne projekcije točaka A i B na p . Odredite polovište dužine $\overline{A'B'}$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

4. Odredite jednadžbu pravca koji je paralelan s ravninama $\pi_1 \dots - 2x + y + z - 5 = 0$ i $\pi_2 \dots - 2x + 3y = 0$ i sadrži točku $T_0(1, -2, -1)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – 2. kolokvij

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

5. Na pravcu $p: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ odredi točku T tako da je $\angle ATB$ pravi, gdje je $A = (2, 1, -3)$ a $B = (4, 3, -2)$.