

# Elementarna matematika 1

## 5. Polinomi

1. Na osnovi teorema o jednakosti polinoma odredite  $f(x)$  ako je

$$f(x-2) = x^3 - 6x^2 + 11x - 5.$$

2. Zadani su polinomi  $f(x) = x^{3n}(x^2 - 6x)$  i  $g(x) = (x^4 + 1)^{10}$ . Koje je stupnja polinom

$$f(g(x^2)) \cdot g(f(x+1)) + x^2 + 1?$$

3. Odredite kratnost nultočke  $x = 1$  polinoma  $f(x) = x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ .

4. Odredite polinom  $p$  za koji vrijedi

$$p(x) + p'(x) + p''(x) = 2x^6 + 2006.$$

5. Zadan je polinom  $f(x) = (x^2 + x + 1)^n$ . Odredite sumu koeficijenata tog polinoma koji stoje uz parne potencije.

6. Zbroj svih koeficijenata nekog polinoma  $n$ -tog stupnja je 2, a zbroj svih koeficijenata uz potencije s parnim eksponentom jednaka je zbroju svih koeficijenata uz potencije s neparnim eksponentom. Odredite ostatak pri dijeljenju tog polinoma polinomom  $g(x) = x^2 - 1$ .

7. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma

$$f(x) = x^{200} + 5x^{100} + 2x^{13} + 1$$

polinomom  $g(x) = x^3 - x$ .

8. Pri dijeljenju polinoma  $f$  polinomom  $g$  dobije se kvocijent  $q(x) = x^2 + 2$  i ostatak

$$r(x) = 4x^3 + 5x^2 - 3x + 3.$$

Koliki se ostatak dobije pri dijeljenju polinoma  $f$  polinomom  $q$ ?

9. Za koje je  $a, b \in \mathbb{R}$  polinom  $f(x) = ax^4 + bx^3 + 1$  djeljiv polinomom  $g(x) = (x-1)^2$ ?

10. Odredite sve  $a, b \in \mathbb{R}$  takve da je polinom

$$f(x) = x^3 - ax^2 - (b+3)x + a$$

djeljiv polinomima  $g_1(x) = x - 2$  i  $g_2(x) = x + 1$ .

11. Primjenom Hornerovog algoritma razvijte polinom  $f(x)$  po potencijama polinoma  $(x - a)$  za

(a)  $f(x) = 3x^3 - 11x^2 + 14x + 4, a = 1$

(b)  $f(x) = 2x^7 + x^5 - x^3 + x + 1, a = -1$

(c)  $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 8x - 4, a = 3$

12. S pomoću Euklidova algoritma odredite najveću zajedničku mjeru polinoma  $f$ ,  $g$  i  $h$ , gdje su

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 3$$

$$g(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$$

$$h(x) = x^5 - 1$$

13. Odredite sve  $a, b \in \mathbb{R}$  takve da polinom

$$p(x) = x^3 + ax + b$$

ima jednostruku nultočku  $x_1 = 2$  i dvostruku nultočku  $x_2$ .

14. Odredite sve  $a, b \in \mathbb{R}$  takve da polinom

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 + ax + b$$

ima dvije dvostruke nultočke.

15. Odredite koeficijent  $k$  polinoma

$$p(x) = x^3 - 9x + k$$

tako da polinom  $p$  ima dvije nultočke koje su suprotni brojevi. Izračunajte mu sve tri nultočke.