

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 1.** Na skupu  $\mathbb{Z}$  zadana je binarna relacija  $\rho$  sa:

$$x\rho y \iff 4|(x^3 - y^3).$$

- a) Odredite je li relacija  $\rho$  refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Svoje tvrdnje dokažite.
- b) Je li  $\rho$  relacija parcijalnog uređaja? Ako nije, može li se nadopuniti do parcijalnog uređaja? Ako jest, je li uređaj totalan?
- c) Je li  $\rho$  relacija ekvivalencije? Ako nije, nadopunite relaciju do najmanje relacije ekvivalencije koja ju sadrži. Ako jest, odredite koliko je klasa ekvivalencije i iz svake klase odredite jednog predstavnika.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 2.** Ispitajte svojstva relacije  $|$  na skupu  $\mathbb{N}$ , gdje je  $|$  definirana sa:  $x|y$  ako i samo ako  $x$  dijeli  $y$ . Ispitajte zatim svojstva relacije  $|$  na skupu  $\mathbb{Z}$ . Po kojim svojstvima se razlikuju?

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 3.** Neka je  $\rho$  binarna relacija na  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  definirana sa

$$(a, b)\rho(c, d) \iff (a < c \text{ ili } (a = c \text{ i } b \leq d)).$$

Je li  $\rho$  parcijalni uređaj na  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ? Je li totalni uređaj? Obrazložite odgovor.

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 4.** Matematičkom indukcijom dokažite da za sve prirodne brojeve  $n$  vrijedi

$$\frac{n+1}{1} \cdot \frac{n+2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2n}{2n-1} = 2^n.$$

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 5.** Matematičkom indukcijom dokažite da za sve prirodne brojeve  $n$  vrijedi

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1.$$

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 1**

## Druga zadaća

**Zadatak 6.** Matematičkom indukcijom dokažite

$$3^{2015} - 2^{2015} > 2016^2.$$