

ELEMENTARNA MATEMATIKA 1- ČETVRTA DOMAĆA ZADAĆA

1. Na osnovi teorema o jednakosti polinoma odredite $f(x)$ ako je $f(x-2) = x^3 - 6x^2 + 11x - 5$.
2. Zadani su polinomi $f(x) = x^{3n} \cdot (x^2 - 6x)$ i $g(x) = (x^4 + 1)^{10}$. Kojeg je stupnja polinom $f(g(x^2)) \cdot g(f(x+1)) + x^2 + 1$?
3. Odredite kratnost nultočke $x = 1$ polinoma $f(x) = x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 3x - 1$.
4. Odredite polinom $p(x)$ za koji vrijedi $p(x) + p'(x) + p''(x) = 2x^6 + 2006$.
5. Zadan je polinom $f(x) = (x^2 + x + 1)^n$. Odredite sumu koeficijenata tog polinoma koji stoje uz parne potencije.
6. Suma svih koeficijenata nekog polinoma n -tog stupnja jest 2, a suma svih koeficijenata s parnim indeksima jednaka je sumi koeficijenata s neparnim indeksima. Odredite ostatak pri dijeljenju tog polinoma polinomom $g(x) = x^2 - 1$.
7. Odredite ostatak pri dijeljenju polinoma

$$f(x) = x^{200} + 5x^{100} + 2x^{13} + 1$$

s polinomom $g(x) = x^3 - x$.

8. Pri dijeljenju polinoma f polinomom g dobije se kvocijent $q(x) = x^2 + 2$ i ostatak $r(x) = 4x^3 + 5x^2 - 3x + 3$. Koliki se ostatak dobije pri dijeljenju polinoma f polinomom q ?
9. Za koje je $a, b \in \mathbb{R}$ polinom $f(x) = ax^4 + bx^3 + 1$ djeljiv polinomom $g(x) = (x-1)^2$?
10. Odredite sve $a, b \in \mathbb{R}$ takve da je polinom

$$f(x) = x^3 - ax^2 - (b+3)x + a$$

djeljiv polinomima $g_1(x) = x - 2$ i $g_2(x) = x + 1$.

11. Primjenom Hornerovog algoritma razvijte polinom $f(x)$ po potencijama polinoma $(x-a)$, ako je:
 - (a) $f(x) = 3x^3 - 11x^2 + 14x + 4$, $a = 1$,
 - (b) $f(x) = 2x^7 + x^5 - x^3 + x + 1$, $a = -1$,
 - (c) $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 8x - 4$, $a = 3$.

12. S pomoću Euklidova algoritma odredite najveću zajedničku mjeru polinoma f, g i h ,

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 3, \quad g(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9, \quad h(x) = x^5 - 1.$$

13. Odredite sve $a, b \in \mathbb{R}$ takve da polinom $p(x) = x^3 + ax + b$ ima dvostruku nultočku te da mu je $x_1 = 2$ jednostruka nultočka.
14. Odredite sve $a, b \in \mathbb{R}$ takve da polinom

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 + ax + b$$

ima dvije dvostruke nultočke.

15. Odredite koeficijent k polinoma $p(x) = x^3 - 9x + k$ tako da polinom p ima dvije nultočke koje su suprotni brojevi. Izračunajte mu sve tri nultočke.